Théorie du signal

Gabriel Dauphin

November 1, 2024

Contents

Chapter 1

Représentation des signaux non-périodiques, module et argument d'un complexe, distribution de Dirac, indicatrice, calculs de limites, intégrale d'un signal et transformée de Fourier en

de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *On considère un signal $x(t)$ décrit par la courbe représentative montrée sur la figure 1.1. On définit $\mathbb{H}(t) = \mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$ et $\Pi(t) = \mathbf{1}_{[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}(t)$.*

A. $x(t) \leq \mathbb{H}(t)$.

B. $x(t) = \mathbb{H}(t-1)$.

C. $\Pi(t) \leq x(t)$.

D. $2x(t) - 1 = -1$ *pour* $t \leq 0$.

Question 2 *On considÃ¨re $x(t) = \mathbf{1}_{[-2,2]}(t)$ et $X(\nu)$ sa transformée de Fourier. On considÃ¨re $y(t) = tx(t)$ et $Y(\nu)$ sa transformée de Fourier. On considÃ¨re $z(t) = \mathrm{signe}(t)y(t)$ et $Z(\nu)$ sa transformée de Fourier.*

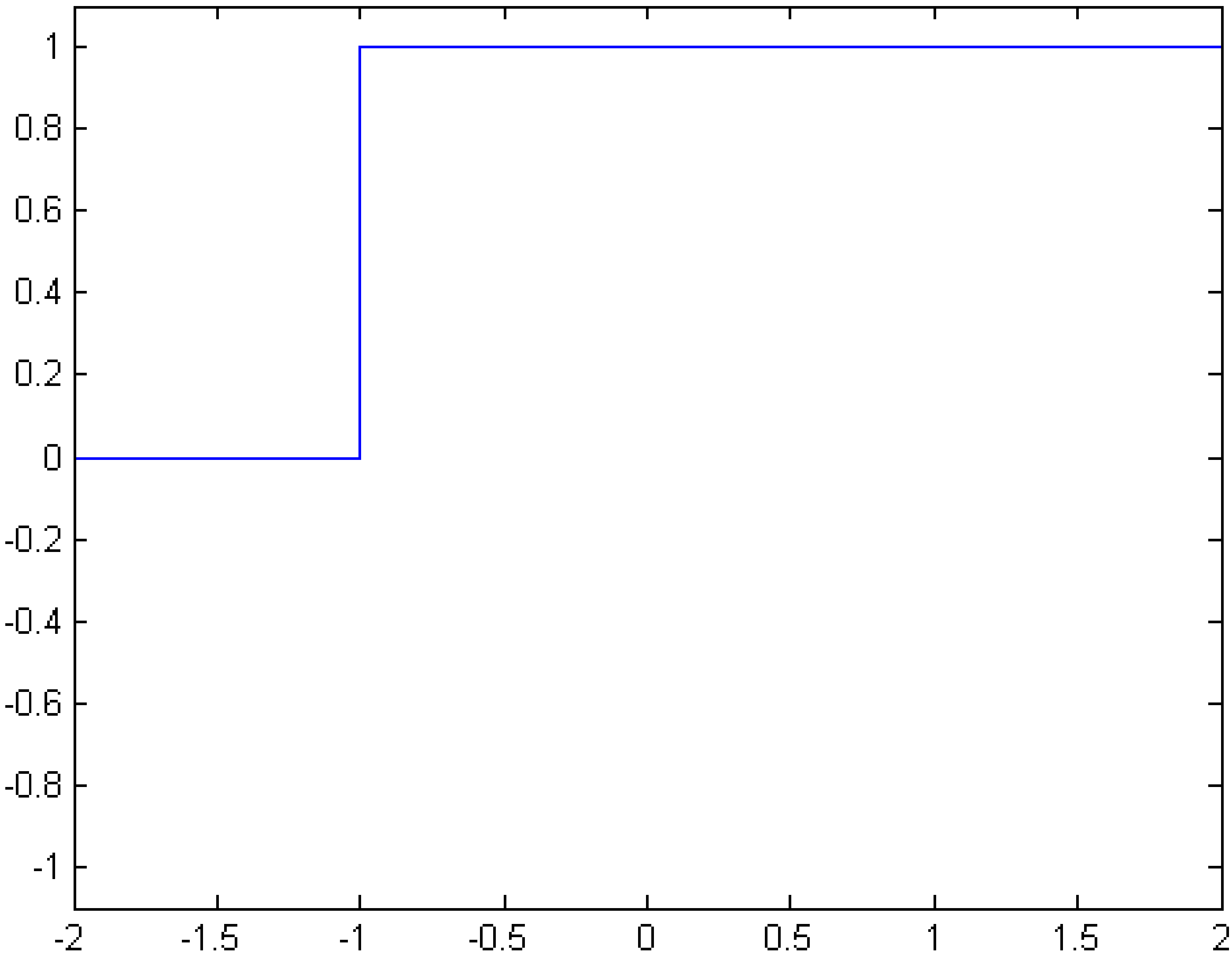
A. $X(0) = \frac{1}{4}$

B. $Y(0) = 0$

C. $Z(0) = 0$

D.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{1}_{[2,3]}(t)\mathbf{1}_{[-\frac{5}{2},\frac{5}{2}]}(t)\,dt = 0$$


1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2

Question 3 *On considère* $x(t) = \frac{1}{t^2+1}$, $y(t) = t + \frac{1}{t}$ *et* $z(t) = t - \frac{1}{t}$.

A. *Le tableau de variation de* $x(t)$ *montre que c'est une fonction décroissante.*

B. *Le tableau de variation de* $y(t)$ *montre que c'est une fonction croissante, décroissante puis croissante.*

C. *Le tableau de variation de* $z(t)$ *montre que c'est une fonction croissante.*

D. *Lorsqu'on regarde la courbe représentative de* $z(t)$ *on ne voit pas d'asymptotes verticales.*

Question 4 *On considère un signal* $x(t)$ *décrit par la courbe représentative montrée sur la figure 1.2. On note* $X(\nu)$ *sa transformée de Fourier. On note* $\mathrm{signe}(t)$ *le signal qui vaut* 1 *pour* $t > 0$, 0 *pour* $t = 0$ *et* -1 *pour* $t < 0$.

A. $X(0) = 1$.

B. $x(t) + t = 1$ *pour* $t \in]-1, 0[$.

C. $x(t) = t$ *pour* $t \in]1, 2[$.

D. $x(t)\,\mathrm{signe}(t)$ *est une fonction croissante.*

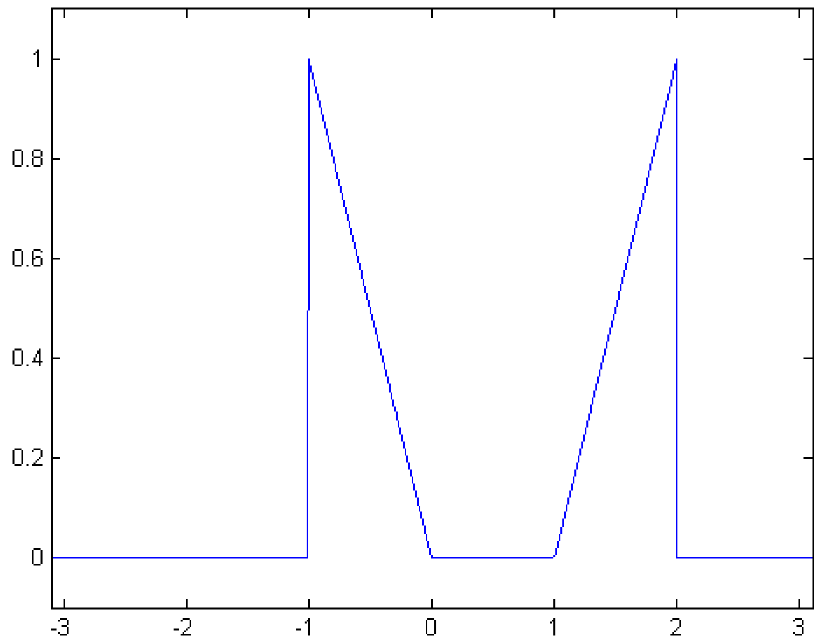


Figure 1.2: Courbe représentative de $x(t)$ relative Ã la question 4.

Question 5 *On considère* $x(t) = \mathbf{1}_{]-1,1[}$, $y(t) = t\mathbf{1}_{[0,2]}(t)$ *et* $z(t) = y(t) + 2tx(t)$. *On note* $X(\nu)$, $Y(\nu)$ *et* $Z(\nu)$ *leurs transformées de Fourier. On note* $\mathbb{H}(t) = \mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$ *et* $\mathrm{signe}(t)$ *le signal qui vaut* 1 *quand* $t > 0$, 0 *quand* $t = 0$ *et* -1 *quand* $t < 0$.

A. $x(t) = \mathbb{H}(t+1) - \mathbb{H}(t-1)$ *pour* $t \in \mathbb{R}$.

B. $x(t) = \mathrm{signe}(t+1) - \mathrm{signe}(t-1)$ *pour* $t \notin \{-1, 1\}$.

C. $Y(0) = 1$

D. $Z(0) = Y(0)$.

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M,$\cancel{\text{M}}$ ou, N					

$$4\times\#\mathrm{V} = 4\times \;=$$
$$2\times\#\mathrm{M} = 2\times \;=$$
$$1\times\#\cancel{\mathrm{M}} = 1\times \;=$$
$$0\times\#\mathrm{N} = 0\times \;=$$

NOTE

$=$

Pour calculer la note obtenue :

- Remplir les colonnes de droite de chaque question avec les croix dans les bonnes cases.

- Pour chaque question,

- Mettre V, si les croix sont situées sur les mÃªmes lignes.
- Mettre M, s'il y a au moins une croix sur la colonne de gauche et qu'Ã chaque croix de la colonne de gauche, il y a une croix sur la colonne de droite.
- Mettre $\not{M}$, s'il y a au moins une croix sur la colonne de gauche qui correspond Ã une croix sur la colonne de droite.
- Mettre N, s'il n'y a aucune croix sur la colonne de gauche et qu'il y a au moins une croix sur la colonne de droite.
- Mettre V, s'il n'y a aucune croix sur la colonne de gauche et sur la colonne de droite.

• Indiquer à droite du tableau le nombre de V, M, $\not{M}$ et N, multiplier ce nombre par respectivement 4,2,1,0, puis en faire la somme et indiquer ainsi la note obtenue tout à droite du tableau.

Chapter 2

Symétrie, utilisation de la valeur absolue, transformations des signaux et leurs conséquences sur la transformée de Fourier, module et argument de la transformée de Fourier

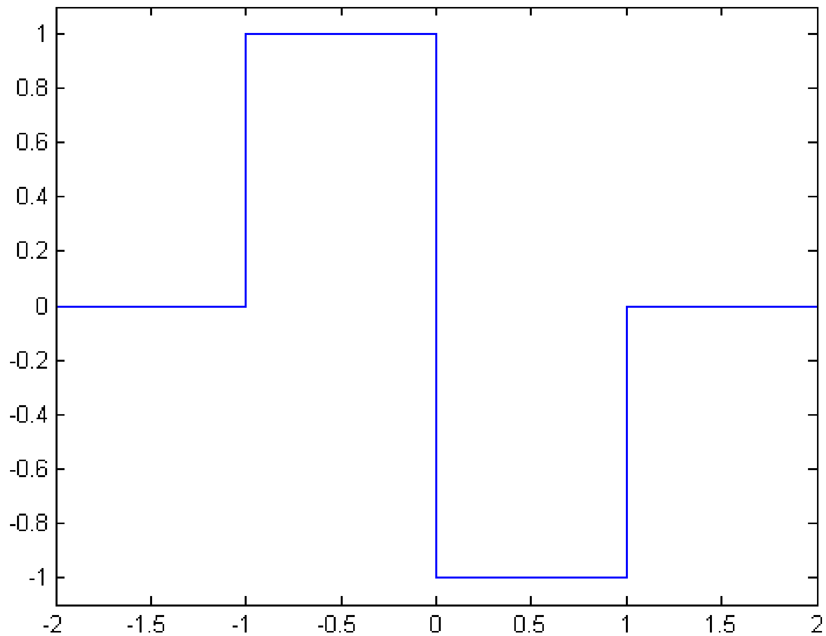


Figure 2.1: Courbe représentative de $x(t)$ relative à la question 1.

de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *On considère un signal $x(t)$ décrit par la courbe représentative montrée sur la figure 2.1. On définit $\Pi(t) = \mathbf{1}_{[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}(t)$.*

A. $x(t)$ est pair.

B. $tx(t)$ est pair.

C. $x(t) + x(-t) = \mathbf{1}_{[-1,1]}(t)$.

D. $x(t) = \Pi(t + \frac{1}{2}) - \Pi(t - \frac{1}{2})$.

Question 2 *On étudie le signal* $x(t) = \mathbf{1}_{[0,2]}(|t| - 1)$.

A. $\mathbf{1}_{[0,2]}(t - 1) = \mathbf{1}_{[-1,1]}(t)$

B. $x(t)$ *est pair.*

C. $x(t) = \mathbf{1}_{[-3,-1]}(t)$ *pour* $t < 0$.

D. $x(t) = x(t)\mathbf{1}_{\mathbb{R}_-^*}(t) + x(t)\mathbf{1}_{\mathbb{R}_+}(t)$.

Question 3 *On considère un signal* $x(t)$ *décrit par la courbe représentative montrée sur la figure 2.2.*

A. $x(t - 1) = \mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$

B. $x(t) = \mathbf{1}_{]-\infty,1]}(t)$.

C. $x(1 - t) = \mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$.

D. $x(t)x(-t) = \mathbf{1}_{[-1,1]}(t)$.

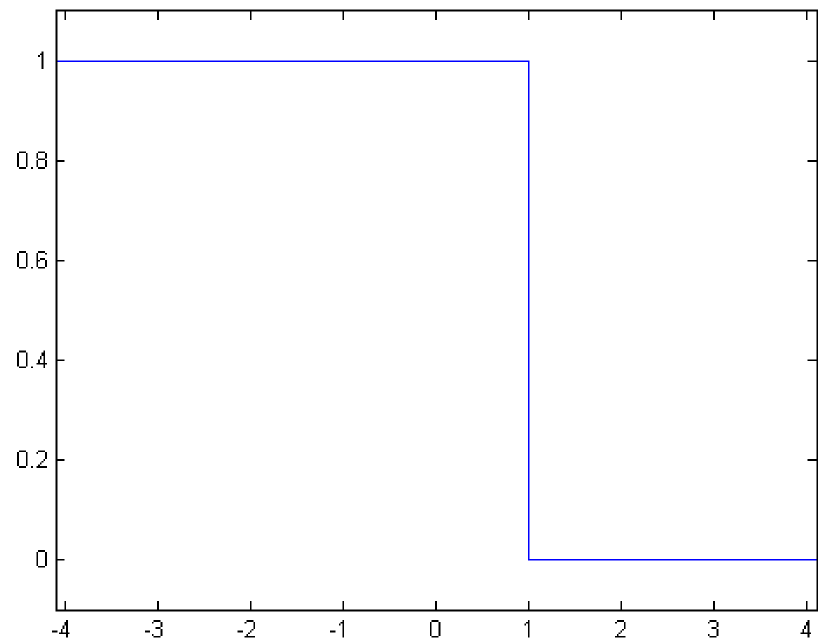


Figure 2.2: Courbe représentative de $x(t)$ relative à la question 3.

Question 4 *On considère les signaux* $x(t) = t\mathbf{1}_{[-1,1]}(t)$, $y(t) = x(t+1)$ *et* $z(t) = y(t) + x(t-1)$*. On note* $X(\nu)$, $Y(\nu)$ *et* $Z(\nu)$ *leurs transformées de Fourier.*

A. $|X(\nu)|$ *est pair.*

B. $X(\nu)$ *est réel.*

C. $|Y(\nu)| = |X(\nu)|$*.*

D. $Z(\nu)$ *est imaginaire pur.*

Question 5 *On considère le signal* $x(t) = \frac{t+1}{t-1}$*.*

A. La courbe représentative de $x(t)$ *a une asymptote en* $t = -1$*.*

B. La courbe représentative de $x(t)$ *a une asymptote en* $x = 1$*.*

C. $x(t)$ *est une fonction croissante puis décroissante.*

D. $x(t) \geq 1$ *pour* $t \geq 1$*.*

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M,$\cancel{M}$ ou, N					

$$\begin{array}{lclcl|c} 4\times\#V & = & 4\times & = & & \text{NOTE} \\ 2\times\#M & = & 2\times & = & & = \\ 1\times\#\cancel{M} & = & 1\times & = & & \\ 0\times\#N & = & 0\times & = & & \end{array}$$

Chapter 3

Signaux dépendant d'un second paramètre, descripteurs, transformée de Fourier de signaux exponentiels

3.1 QCM

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer

de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies et sur le tableau plus bas, dans la colonne de gauche de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *On considère un signal $x(t)$ défini par*

$$\begin{aligned} x_\alpha(t) &= \mathbf{1}_{[\alpha,1]}(t) && \textit{si } \alpha < 1 \\ x_\alpha(t) &= 0 && \textit{si } \alpha \geq 1 \end{aligned}$$

On note $X_\alpha(\nu)$ sa transformée de Fourier.

A. *Pour $\alpha = -1$, $x_{-1}(t)$ est pair.*

B. *Pour $\alpha = 0$, $X_0(0) = \frac{1}{2}$.*

C. *En tant que fonction de α, $X_\alpha(0)$ est une fonction décroissante.*

D. *Pour $\alpha = 0$,*

$$X_0(\nu) = \mathit{TF}\left[\mathbf{1}_{[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}(t)\right](\nu)e^{i\pi\nu}$$

Question 2 *On considère un signal $x(t) = t\mathbf{1}_{[0,1]}(t)$, $y(t) = x(t-1) - x(1-t)$ et $z(t) = x(t+1) + x(1-t)$. On considère le descripteur $t^{\max} = 1$ défini par*

$$t^{\max} = \arg\max_t x(t)$$

et le descripteur $t^{(1/2)}$ est légèrement modifié en

$$\Delta t^{(1/2)} = \max\left\{\tau \geq 0 \middle| x(t^{\max} - \tau) \leq \frac{1}{2} \max_t x(t)\right\}$$

A. *Pour $x(t)$, le descripteur $t^{\max} = 1$*

B. *Pour $y(t)$, le descripteur $t^{\max} = 1$*

C. *Pour $z(t)$, le descripteur $t^{\max} = 1$*

D. *Pour $x(t)$, le descripteur $t^{(1/2)} = \frac{1}{2}$*

Question 3 *On considère le signal $x(t) = e^{-|t|}$ dont la transformée de Fourier vaut $X(\nu) = \frac{2}{1+4\pi^2\nu^2}$. On considère les signaux suivants.*

$$\begin{aligned} y_1(t) &= e^{-|t-2|} \\ y_2(t) &= e^{-\frac{|t|}{2}} \\ y_3(t) &= e^{-|t+1|} + e^{-|t|} + e^{-|t-1|} \end{aligned}$$

On note $Y_1(\nu)$, $Y_2(\nu)$ et $Y_3(\nu)$ leurs transformées de Fourier.

A. $|Y_1(\nu)| = \frac{2}{1+4\pi^2\nu^2}$

B. $Y_2(\nu) = \frac{2}{1+16\pi^2\nu^2}$

C. $Y_3(\nu)$ *est à valeurs réelles.*

D. $|Y_3(\nu)| = 3X(\nu)$.

Question 4 *On considère pour* $\alpha > 0$, *la famille de signaux* $x_\alpha(t) = e^{-\alpha t}\mathbf{1}_{[\alpha,+\infty[}(t)$ *dont les transformées de Fourier est notées* $X_\alpha(\nu)$.

A. Pour $\alpha = 2$ *et* $\nu = 1$,

$$X_2(1) = \int_0^{+\infty} e^{-2(1+i\pi)t}\, dt$$

B. $x_\alpha(0) = 0$ *pour* $\alpha > 0$.

C. $X_\alpha(0)$ *est une fonction décroissante par rapport à* α *pour* $\alpha > 0$.

D. Étant donné $\alpha > 0$, $x_\alpha(t)$ *est un signal décroissant par rapport à* t *sur* $\mathbb{R}_+^*$.

Question 5 *On considère une famille de signaux indexés par* $\alpha \in [0,2]$ *notés* $x_\alpha(t)$. *Ces signaux sont nuls en dehors de l'intervalle* $[0,2]$ *et valent* 0 *en* $t = 0$, 1 *en* $t = \alpha$ *et* 0 *en* $t = 2$. *La figure 3.1 illustre un de ces signaux obtenu lorsque* $\alpha = \frac{1}{2}$. *Pour chacun de ces signaux, leur transformée de Fourier est notée* $X_\alpha(\nu)$. *On considère le descripteur* $t^{\max} = 1$ *défini par*

$$t^{\max} = \arg\max_t x(t)$$

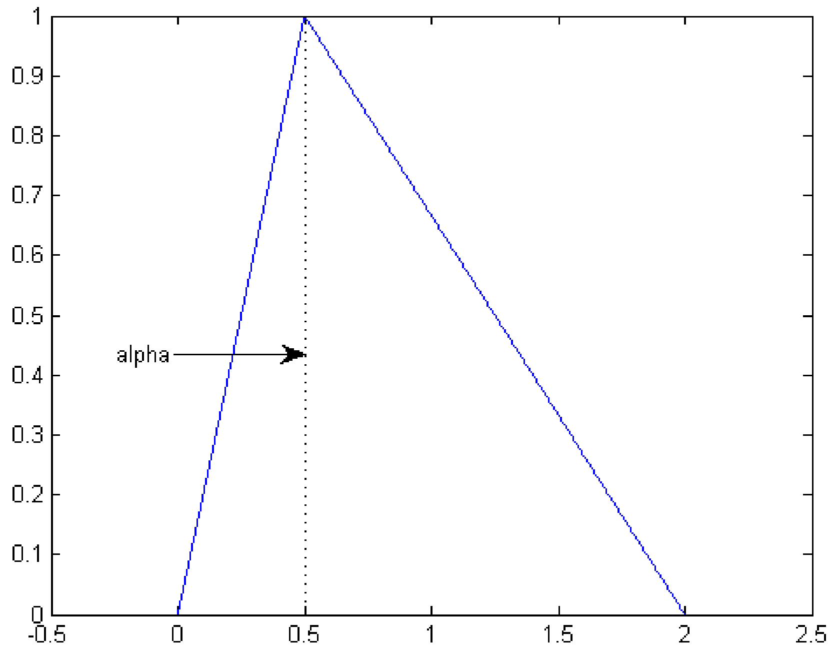


Figure 3.1: Courbe représentative de $x_\alpha(t)$ relative à la question 5 pour $\alpha = \frac{1}{2}$.

et le descripteur $t^{(1/2)}$ défini par

$$\Delta t^{(1/2)} = \min\left\{\tau \geq 0 \middle| x(t^{\max} + \tau) \leq \frac{1}{2} \max_t x(t)\right\}$$

A. $t^{\max} = 1 - \frac{\alpha}{2}$

B. $\Delta t^{(1/2)} = 1 + \frac{\alpha}{2}$

C. $X_\alpha(0) = 1$

D. $x_\alpha(1)$ *est une fonction croissante puis décroissante de α sur l'intervalle* $[0, 2]$.

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M,$\not{M}$ ou, N					

$$\begin{array}{rcll|l} 4\times\#\mathrm{V} & = & 4\times & = & \\ 2\times\#\mathrm{M} & = & 2\times & = & = \\ 1\times\#\not{\mathrm{M}} & = & 1\times & = & \\ 0\times\#\mathrm{N} & = & 0\times & = & \end{array}$$

NOTE

Chapter 4

Signaux gaussiens, techniques de calcul, puissance et énergie de signaux non-périodiques, intégration par partie

4.1 QCM

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer

de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *On considère* $x_1(t) = \mathbb{H}(t) = \mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$ *et* $x_2(t) = \Pi(t) = \mathbf{1}_{[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}(t)$*. On considère deux autres signaux quelconques* $y_1(t)$ *et* $y_2(t)$*. On note* E_{x_1}*,* E_{x_2}*,* E_{y_1} *et* E_{y_2} *leurs énergies.*

A. $E_{x_1} = 1$*.*

B. $E_{x_2} = 1$*.*

C. L'énergie associée à $y_1(t) + y_2(t)$ *est*

$$E_{y_1+y_2} = E_{y_1} + E_{y_2}$$

D. $E_{y_1} \geq 0$*.*

Question 2 *A.*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|t+i|}\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|t|}\, dt$$

B.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|t+1|}\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|t|}\, dt$$

C.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(t+i)^2}\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2}\, dt$$

D.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} te^{-(t+i)^2}\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} te^{-t^2}\,dt$$

Question 3 *A. Pour* $t \in \mathbb{R}$, $t^2 + t + 2 = (t+1)^2 + 1$

B. Pour $t \in \mathbb{R}$, $3t^2 + 2t + 1 = 3(t + \frac{1}{3})^2 + \frac{2}{3}$

C. La transformée de Fourier d'un signal $x(t) = ae^{-b|t|}$ *est de la forme* $X(\nu) = ce^{-d|\nu|}$

D. On considère $x(t) = \mathbf{1}_{[-2,2]}(t)$ *et on note* $X(\nu)$ *sa transformée de Fourier. On a alors*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} X(\nu)\,d\nu = \frac{1}{4}$$

Question 4 *On considère* $x(t)$, $y(t)$ *et* $z(t)$ *trois signaux définis par*

$$x(t) = \mathbf{1}_{[-2,-1]}(t) + \mathbf{1}_{[1,2]}(t) \text{ et } y(t) = \mathbf{1}_{[-1,1]}(t) \text{ et } z(t) = \begin{cases} 2 & si\ |t| < 1 \\ 1 & si\ 1 \leq |t| < 2 \\ 0 & si\ 2 \leq |t| \end{cases}$$

On note $X(\nu)$, $Y(\nu)$ *et* $Z(\nu)$ *leurs transformées de Fourier et* E_x, E_y, E_z *leurs énergies.*

A. $E_z = E_x + 2E_y$

B. $Z(\nu) = X(\nu) + 2Y(\nu)$

C.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} X(\nu)\,d\nu = 0$$

D. $E_x = 0$

Question 5 *On considère deux signaux* $x(t) = e^{-2t^2}$ *et* $y(t) = x(t-1)$. *On note* $X(\nu)$ *et* $Y(\nu)$ *leurs transformées de Fourier. On utilise le fait que*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}\,dt = \sqrt{2\pi}\sigma$$

A. $X(0) = \sqrt{2\pi}$.

B. $E_x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

C. $Y(0) = X(0)$.

D. $E_y = E_x$.

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M,$\cancel{M}$ ou, N					

NOTE

$4\times\#V \;=\; 4\times \;=$

$2\times\#M \;=\; 2\times \;=$ $\quad =$

$1\times\#\cancel{M} \;=\; 1\times \;=$

$0\times\#N \;=\; 0\times \;=$

Chapter 5

Signaux périodiques, sinus cardinaux et transformées de Fourier de fonctions portes, propriétés de la transformée de Fourier, relations trigonométriques, distribution Dirac

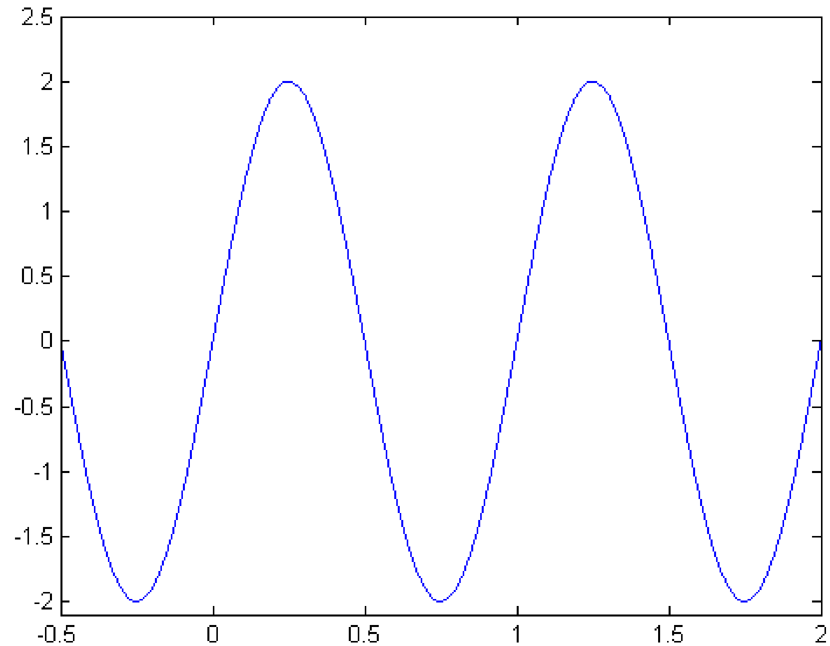


Figure 5.1: Courbe représentative de $x(t)$ relative à la question 5.1.

de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *On considère un signal $x(t)$ décrit par la courbe représentative montrée sur la figure 5.1.*

A. *$x(t)$ est périodique de période* 1.

B. $x(t) = 2\sin(\frac{t}{2})$.

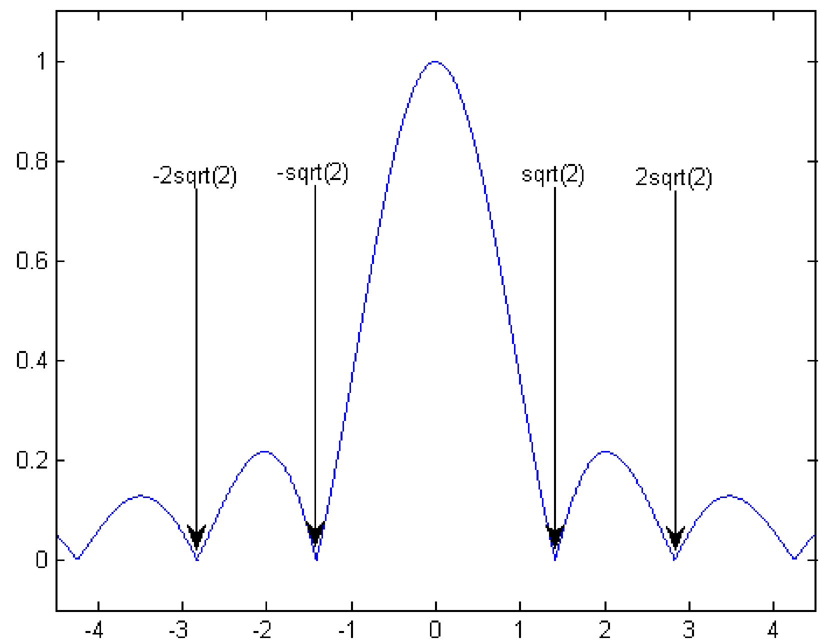


Figure 5.2: Courbe représentative de $x(t)$ relative à la question 2.

C. $\frac{d}{dt}x(t)$ *est pair.*

D. $x(t)$ *est maximal en* $t = \frac{1}{2}$.

Question 2 *On considère un signal* $x(t)$ *décrit par la courbe représentative montrée sur la figure 5.2. On considère* $y(t) = x(2t)$.

A. $x(t)$ *est pair*

B. $x(t) = \mathrm{sinc}(\frac{t}{\sqrt{2}})$.

C. *Les lobes de* $y(t)$ *sont plus grands.*

D. $x(t)$ *est périodique.*

Question 3 *Voici un ensemble d'affirmations.*

A. *Si* $x(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$ *alors* $\frac{d}{dt}x(t) = te^{-\frac{t^2}{2}}$.

B. *Si* $x(t) = \cos^2(2\pi\nu_0 t)$ *alors* $\frac{d}{dt}x(t) = -\frac{1}{2}4\pi\nu_0 \sin(4\pi\nu_0 t)$

C.

$$\cos(2\pi\nu_0 t)\cos(2\pi\nu_1 t) = \frac{1}{2}\cos(2\pi(\nu_0+\nu_1)t) - \frac{1}{2}\cos(2\pi(\nu_0-\nu_1)t)$$

D. $\cos(\frac{\pi}{8}) = \sqrt{3}$

Question 4 *On considère* $x(t)$ *un signal non-périodique et on note* $X(\nu)$ *sa transformée de Fourier et* P_x *sa puissance.*

A. *Si* $x(t) = \delta(t-1)$, *alors* $|X(\nu)| = 1$

B.

$$P_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\nu)|^2 \, d\nu$$

C.

$$X(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{2i\pi\nu t}\,dt$$

D. Si $x(t) = \mathbf{1}_{[0,1]}(t)$ *alors* $X(\nu) = \operatorname{sinc}(\pi\nu)$*.*

Question 5 *On considère un signal* $x(t) = \mathbf{1}_{[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}(t)$*, sa transformée de Fourier est* $X(\nu) = \operatorname{sinc}(\pi\nu)$*.*

A. $\mathrm{TF}\left[\mathbf{1}_{[0,1]}(t)\right](\nu) = \operatorname{sinc}(\pi\nu)e^{-i\pi\nu}$

B. $\mathrm{TF}\left[\mathbf{1}_{[-2,2]}(t)\right](\nu) = \frac{\sin(\pi\frac{\nu}{4})}{\pi\nu}$ *pour* $\nu \neq 0$*.*

C.

$$\mathrm{TF}\left[x(t)\sin(2\pi t)\right](0) = 0$$

D.

$$\mathrm{TF}\left[\frac{1}{2}\delta\left(t+\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\delta\left(t-\frac{1}{2}\right)\right](\nu) = 2i\sin(\pi\nu)$$

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M,~~M~~ ou, N					

NOTE

$$\left.\begin{array}{lcll} 4\times\#V & = & 4\times & = \\ 2\times\#M & = & 2\times & = \\ 1\times\#\cancel{M} & = & 1\times & = \\ 0\times\#N & = & 0\times & = \end{array}\right| =$$

Chapter 6

Signaux à valeurs complexes, approximation, temps moyen

6.1 QCM

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies et sur le tableau plus bas, dans la colonne de gauche de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *On cherche à approximer* $x(t) = \sin(\pi t)\mathbf{1}_{[0,2]}(t)$ *avec* $e_1(t) = \mathbf{1}_{[0,1]}(t)$ *et* $e_2 = \mathbf{1}_{[1,2]}(t)$. *On note* $\widehat{x}(t) = \alpha e_1(t) + \beta e_2(t)$.

A. $\mathbf{1}_{[0,1]}(t)$ *et* $\mathbf{1}_{[1,2]}(t)$ *sont orthogonaux pour l'énergie.*

B. $x(t) = 2t\mathbf{1}_{[0,1]}(t)$ *est un signal de norme* 1 *pour la puissance, (c'est-à-dire, sa puissance,* P_x *vaut* 1*).*

C. α *et* β *sont de mêmes signes.*

D. $\alpha = \frac{2}{\pi}$.

Question 2 *On considère un signal* $x(t) = \mathbf{1}_{[0,1]}(t)$*, sa transformée de Fourier est* $X(\nu)$*.*

A. $\text{TF}[tx(t)](\nu) = \frac{-1}{2i\pi}\frac{d}{d\nu}X(\nu)$

B. $\text{TF}\left[\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau\right](\nu) = \frac{1}{2i\pi\nu}X(\nu) + A\delta(\nu)$ *avec* A *une constante.*

C. $\text{TF}\left[\frac{d}{dt}x(t)\right](\nu) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2i\pi\nu}$

D. $\text{TF}\left[x(t) - x(t-1)\right](\nu) = \left(1 - e^{-i\pi\nu}\right)X(\nu)$

Question 3 *On considère les signaux* $x(t)$*,* $y(t)$ *et* $z(t)$ *définis par*

$$\begin{aligned} x(t) &= \mathbf{1}_{[-1,0]}(t)e^{-i\frac{\pi}{2}} \\ y(t) &= \mathbf{1}_{[-1,1]}(t) \\ z(t) &= \mathbf{1}_{[0,1]}(t)e^{i\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

A. $x(t)$ *est de norme* 1 *pour l'énergie.*

B. $y(t)$ *est de norme* 1 *pour l'énergie.*

C. $x(t)$ *et* $y(t)$ *sont orthogonaux pour l'énergie.*

D. $x(t)$ *et* $z(t)$ *sont orthogonaux pour l'énergie.*

Question 4 *On considère les signaux* $x(t)$, $y(t)$ *et* $z_1(t)$, $z_2(t)$ *définis par*

$$\begin{cases} x(t) &= e^{-t}\mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t) \quad X(0)=1 \qquad F(t)=\int_{-\infty}^{t}\tau x(\tau)\,d\tau = \left(1-(1+t)e^{-t}\right)\mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t) \\ y(t) &= e^{-t^2}\mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t) \quad Y(0)=\frac{\sqrt{\pi}}{2} \qquad G(t)=\int_{-\infty}^{t}\tau y(\tau)\,d\tau = \frac{1}{2}\left(1-e^{-\frac{t^2}{2}}\right)\mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t) \\ z_1(t) &= \mathbf{1}_{[0,1]}(t) \\ z_2(t) &= t\mathbf{1}_{[0,1]}(t) \end{cases}$$

On note $X(\nu)$, $Y(\nu)$, $Z_1(\nu)$ *et* $Z_2(\nu)$ *leurs transformées de Fourier. On note* t_x, t_y, t_{z_1} *et* t_{z_2} *les temps moyens associés à ces différents signaux.*

A. $t_x = 1$

B. $t_y = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$

C. $t_{z_1} = \frac{1}{2}$

D. $t_{z_2} = \frac{1}{3}$

Question 5 *On considère les signaux périodiques de période* 1, $x(t) = \cos(2\pi t)$, $y(t) = \cos(2\pi t + \frac{\pi}{4})$. *On considère le produit scalaire au sens de la* **puissance** *défini pour ces signaux périodiques de période* 1, *par*

$$< x(t), y(t) >= \int_0^1 x(t)(y(t))^* \, dt$$

A. $y(t) = x(t - \frac{7}{8})$

B. $y(t)$ *est de norme* 1.

C. $x(t)$ *et* $y(t)$ *ont des interférences destructives.*

D. $x(t)$ *et* $x(t + \frac{1}{2})$ *sont orthogonaux.*

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M,~~M~~ ou, N					

NOTE

$4\times\#V = 4\times \quad =$

$2\times\#M = 2\times \quad =$

$1\times\#\cancel{M} = 1\times \quad =$

$0\times\#N = 0\times \quad =$

$=$

Chapter 7

Puissance et énergie d'un signal périodique, valeur moyenne d'un signal périodique, coefficients de la série de Fourier, valeur à gauche et à droite, parité, représentation

de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *Voici un ensemble d'affirmations.*

A. *Le temps moyen d'un signal impair est nul.*

B. *La valeur moyenne d'un signal impair est nul.*

C. *Si on multiplie par deux un signal alors son temps moyen est multiplié par deux.*

D. *Si on multiplie par deux un signal alors sa valeur moyenne est multipliée par deux.*

Question 2 *Soit $x(t)$ un signal périodique de période 3. Pour $t \in [0,3[$, $x(t) = \mathbf{1}_{[0,1]}(t)$. On appelle X_k les coefficients de la série de Fourier et P_x la puissance.*

A. $X_0 = \frac{1}{3}$.

B. *La fréquence associée à X_k est $f_k = 3k$.*

C. $P_x = 1$.

D. $x\left(\frac{7}{2}\right) = 1$

Question 3 *On considère les signaux* $x(t)$ *et* $y(t)$ *définis par*

$$x(t) = \begin{cases} 1 \ \ si \ \cos(t) \geq 0 \\ 0 \ \ si \ \cos(t) < 0 \end{cases}$$
$$y(t) = e^{-|t|}$$

On note P_x, E_x, P_y, E_y, *la puissance et l'énergie de* $x(t)$ *et la puissance et l'énergie de* $y(t)$.

A. $E_x \leq 1$

B. $P_x \geq \frac{1}{3}$

C. $E_y \leq 1$

D. $P_y \geq \frac{1}{3}$

Question 4 *On considère un signal* $x(t)$ *périodique de période* 2

$$x(t) = \begin{cases} 1 \ \ si \ \ t \in [0, 1[\\ i \ \ si \ \ t \in [1, 2[\end{cases}$$

On note P_x *sa puissance et* X_k *ses coefficients de Fourier.*

A. $P_x = 1$

B. $Re(X_1) = \frac{1}{\pi}$

C. $|X_0| = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. *Pour tout* $t \in \mathbb{R}$, $x(t) = ix(t-1)$

Question 5 *On considère deux signaux* $x(t)$ *et* $y(t)$, P_x *désigne la puissance de* $x(t)$.

$$x(t) \text{ est 1-périodique et } \forall t \in [0,1[, \quad x(t) = e^{-t}$$

$$y(t) \text{ est 2-périodique et } \begin{cases} \forall t \in [0,1[, & y(t) = e^{-t} \\ \forall t \in [1,2[, & y(t) = -e^{1-t} \end{cases}$$

A. $P_x = \frac{1}{2}(1 - e^{-2})$

B.

$$\frac{1}{2}\lim_{t\to 0^-} x(t) + \frac{1}{2}\lim_{t\to 0^+} x(t) = \frac{1+e^{-1}}{2}$$

C.

$$\frac{1}{2}\lim_{t\to 0^-} y(t) + \frac{1}{2}\lim_{t\to 0^+} y(t) = \frac{1-e^{-1}}{2}$$

D.

$$\frac{1}{2}\lim_{t\to 1^-} y(t) + \frac{1}{2}\lim_{t\to 1^+} y(t) = 0$$

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M,$\cancel{\text{M}}$ ou, N					

NOTE

$$\left.\begin{array}{lcl} 4\times\#V &=& 4\times\ = \\ 2\times\#M &=& 2\times\ = \\ 1\times\#\cancel{M} &=& 1\times\ = \\ 0\times\#N &=& 0\times\ = \end{array}\right| =$$

Chapter 8

Série de Fourier, définition et propriétés, utilisation de la distribution $\delta(\nu)$

8.1 QCM

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies et sur le tableau plus bas, dans la colonne de gauche de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *Soit $x(t)$ un signal périodique de période* 1*. Pour* $t \in [0,1[$, $x(t) =$

$\mathbf{1}_{[0,\frac{1}{2}]}(t) - \mathbf{1}_{[\frac{1}{2},1[}(t)$. *On appelle* X_k *les coefficients de la série de Fourier et* P_x *la puissance.*

A. $P_x = \Sigma_{k=-\infty}^{+\infty} X_k^2$

B. $P_x = 1$

C. X_k *est imaginaire.*

D. X_k *est impair.*

Question 2 *Soit* $x(t)$ *un signal défini par*

$$x(t) = \cos^2(100\pi t)$$

On note X_k *les coefficients de la série de Fourier,* $X(\nu)$ *sa transformée de Fourier et* P_x *sa puissance.*

A. $x(t)$ *est périodique de période* $\frac{1}{100}$.

B.

$$X(\nu) = \frac{1}{4}\delta\left(\nu - \frac{1}{100}\right) + \frac{1}{4}\delta\left(\nu + \frac{1}{100}\right) + \frac{1}{2}\delta\left(\nu\right)$$

C. Si k *est impair,* $X_k = 0$.

D. $P_x = \frac{1}{4}$.

Question 3 *A. La série* $\Sigma_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ *converge.*

B. La série $\Sigma_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n)}{\sqrt{n}}$ *converge.*

C. La série $\Sigma_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1+in}$ *converge.*

D. La série $\Sigma_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n)}{n^2}$ *converge.*

Question 4 *On considère un signal $x(t)$ périodique décrit par la figure 8.1. On note X_k ses coefficients de Fourier et P_x sa puissance.*

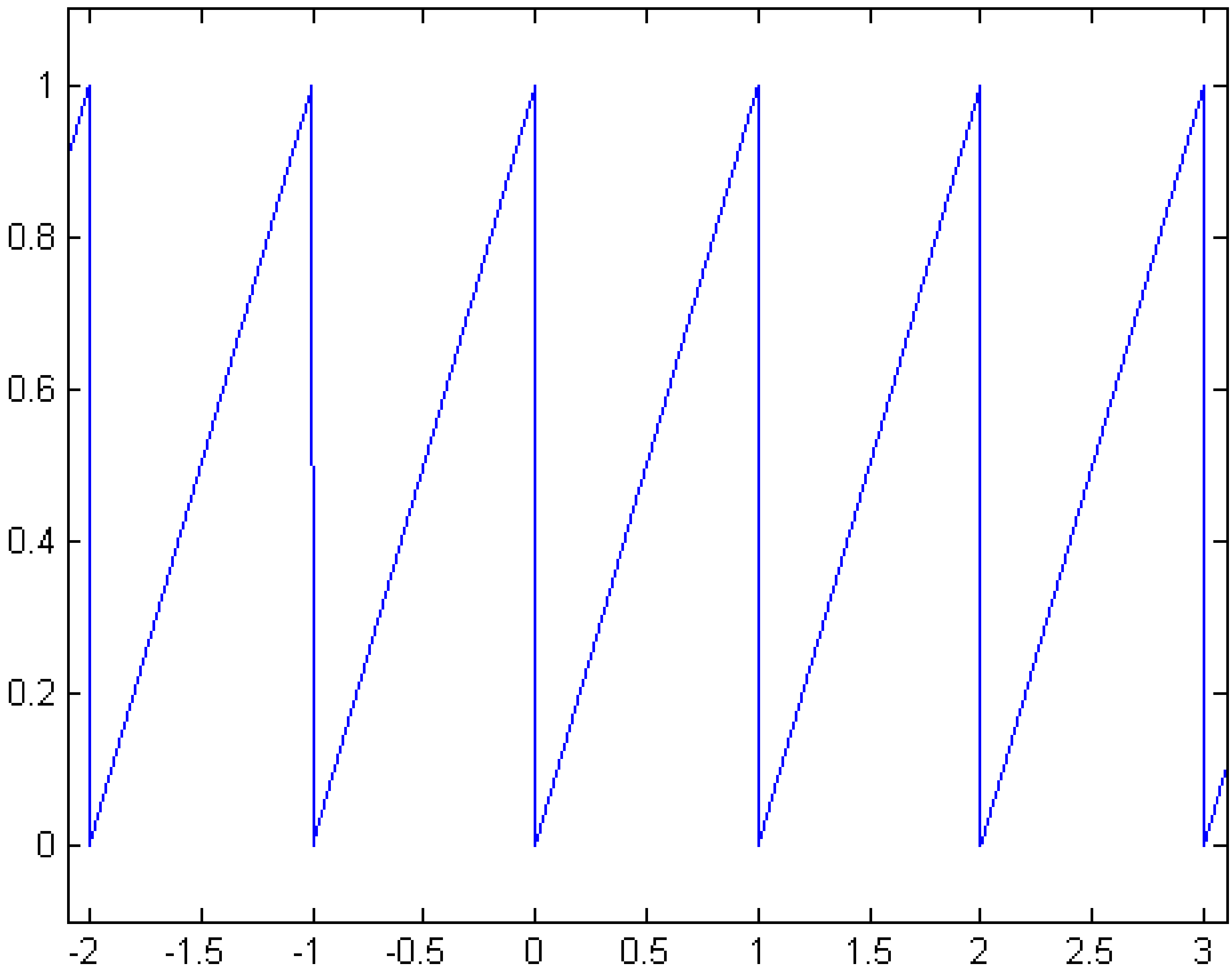
A.

$$X_k = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} x(t) e^{-i2\pi kt}\, dt$$

B. $X_0 = \frac{1}{2}$.

C. Quand $N \to +\infty$,

$$\sum_{k=-N}^{N} X_k \to 0$$


1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3

D.

$$P_x = \int_0^1 t^2\, dt$$

Question 5 *On considère $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ trois signaux périodiques.*

$$\begin{cases} x(t) \textit{ est } 1\textit{-périodique et } x(t) = \cos(\pi t) \textit{ pour } t \in [0,1[\\ y(t) \textit{ est } 2\textit{-périodique et } \begin{cases} y(t) = \cos(\pi t)\mathbf{1}_{[0,1]}(t) \\ \textit{pour } t \in [0,2[\end{cases} \\ z(t) \textit{ est } 2\textit{-périodique et } \begin{cases} z(t) = \cos(\pi t)\mathbf{1}_{[0,2]}(t) \\ \textit{pour } t \in [0,2[\end{cases} \end{cases}$$

On note $X(\nu)$, $Y(\nu)$ et $Z(\nu)$ leurs transformées de Fourier. On note X_k les coefficients de la transformée de Fourier de $x(t)$.

A. $X(\nu) = \frac{1}{2}\delta(\nu - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}\delta(\nu + \frac{1}{2})$

B. $Y(\nu) = \frac{1}{2}\delta(\nu - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}\delta(\nu + \frac{1}{2})$

C. $Z(\nu) = \frac{1}{2}\delta(\nu - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}\delta(\nu + \frac{1}{2})$

D. Le coefficient X_k associé à $k = 1$ noté X_1 est non-nul.

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M,$\cancel{M}$ ou, N					

NOTE

$$
\begin{array}{lclcl|l}
4\times\#V & = & 4\times & = & & \\
2\times\#M & = & 2\times & = & & = \\
1\times\#\cancel{M} & = & 1\times & = & & \\
0\times\#N & = & 0\times & = & &
\end{array}
$$

Chapter 9

Produit de convolution et distribution de Dirac

9.1 QCM

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies et sur le tableau plus bas, dans la colonne de gauche de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *On considère un signal* $x(t) = e^{-t}\mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$.

A.

$$(x(t) * \delta(t-2)) * \delta(t-3) = x(t) * (\delta(t-2) * \delta(t-3))$$

B.

$$(x(t)\delta(t-2)) * \delta(t-3) = x(t)\left(\delta(t-2) * \delta(t-3)\right)$$

C.

$$\left[x(t)\delta(t-2)\right](0) = e^{-2}$$

D.

$$x(t) * 1 = 1$$

Question 2 *On considère un signal* $x(t) = e^{-t^2}$.

A. $x(t) * x(t)$ *est un signal pair.*

B.

$$(x(t) + \delta(t)) * x(t) = x(t) * x(t) + \delta(t)$$

C.

$$\left[x(t) * x(t)\right](0) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2t^2}\, dt$$

D.

$$x(t) * x(t) = Ax(t)$$

où A est une constante appropriée.

Question 3 *On considère un signal $x(t) = \mathbf{1}_{[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}(t)$.*

A. $x(t+\frac{1}{2}) * x(t-\frac{1}{2})$ *est un signal pair.*

B. $x(t+\frac{1}{2}) * x(t) - x(t) * x(t-\frac{1}{2})$ *est un signal impair.*

C. $\frac{d}{dt}\left(x(t) * x(t)\right)$ *est pair*

D.

$$\frac{d}{dt}\left(x(t) * x(t-\frac{1}{2})\right) = \left(\delta(t+\frac{1}{2}) - \delta(t-\frac{1}{2})\right) * x(t-\frac{1}{2})$$

Question 4 *On considère un signal $x(t)$ quelconque.*

A. $\delta(t-2) * x(t) = x(t-2)$.

B. $\delta'(t-2) * x(t) = -x'(t-2)$.

C. $\delta(-t) * x(t) = x(-t)$.

D. $\delta'(-t) * x(t) = -x'(t)$.

Question 5 *On considère deux signaux* $x(t)$ *et* $y(t)$ *vérifiant* $x(t) = y(t) = 0$ *lorsque* $t < 0$. *On définit* $z(t) = \mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t+2)$.

A. $z(t) = 0$ *pour* $t < 0$.

B.

$$[x(t) * y(t)]\,(t) = \int_0^t x(t-\tau)y(\tau)\,d\tau$$

C.

$$[x(t) * y(t)]\,(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(\tau - t)\,d\tau$$

D.

$$[x(t) * y(t)]\,(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(-\tau)y(t+\tau)\,d\tau$$

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M,~~M~~ ou, N					

					NOTE
4×#V	=	4×	=		
2×#M	=	2×	=		=
1×#~~M~~	=	1×	=		
0×#N	=	0×	=		

Chapter 10

Filtres, définition et propriétés, utilisation des limites

10.1 QCM

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies et sur le tableau plus bas, dans la colonne de gauche de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *On considère un signal $x(t)$ décrit par la courbe représentative mon-*

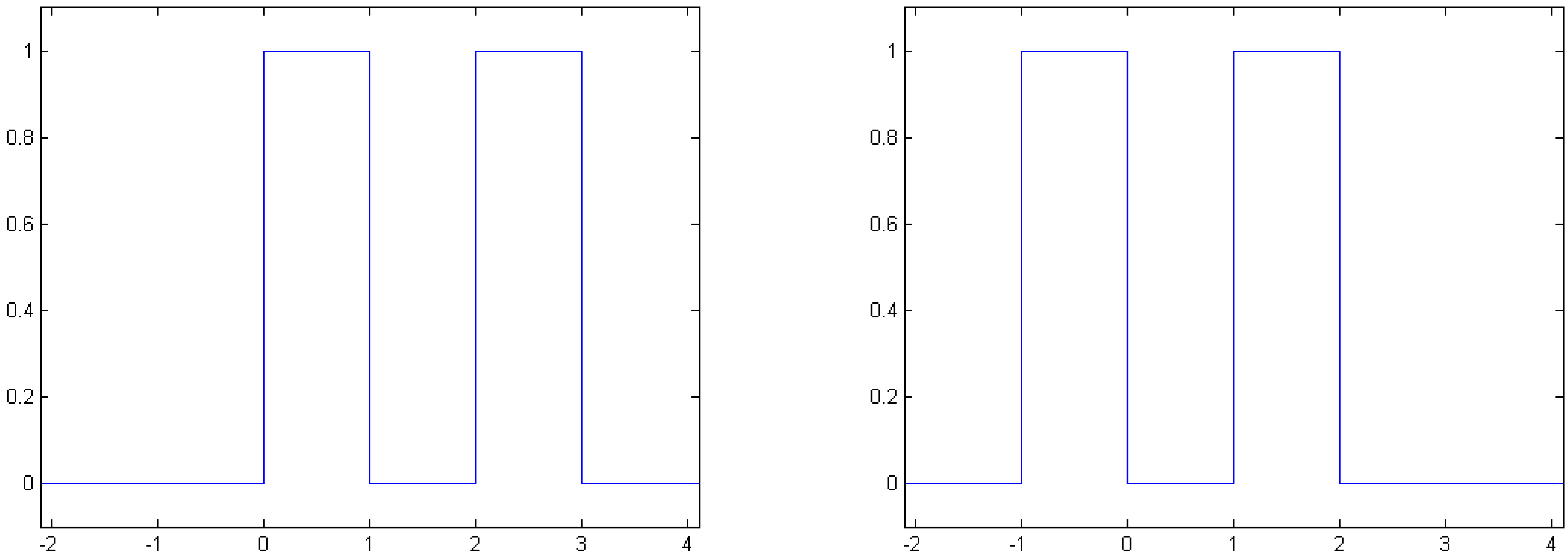


Figure 10.1: Courbes représentatives à gauche de $x(t)$ et à droite de $y(t)$ relatives à la question 10.1.

trée à gauche de la figure 10.1. Ce signal est mis en entrée d'un filtre de réponse impulsionnelle $h(t)$ et de réponse fréquentielle $H(\nu)$. Le signal obtenu en sortie est montrée à droite de la figure 10.1.

A. *La relation entrée sortie du filtre considéré est* $y(t) = x(t-1)$.

B. $h(t) = \mathbf{1}_{[-1,0]}(t)$.

C. $h(t) = \delta(t+1)$.

D. $|H(\nu)| = 1$.

Question 2 *On considère un filtre défini par*

$$\frac{d}{dt}y(t) - y(t) = x(t)$$

où $x(t)$ est l'entrée et $y(t)$ est la sortie. On considère que $x(t) = y(t) = 0$ pour $t < 0$. On note $h(t)$ la réponse impulsionnelle du filtre et $H(\nu)$ la réponse fréquentielle du filtre.

A. *La relation entrée sortie du filtre est aussi*

$$y(t) = e^t \int_0^t e^{-\tau} x(\tau)\, d\tau$$

B. $h(t) = e^{-t}\mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$.

C. $H(\nu) = \frac{1}{2i\pi\nu-1}$.

D. $H(\nu) = 2i\pi\nu - 1$.

Question 3 *On considère un filtre dont la réponse impulsionnelle est notée $h(t)$ et la réponse fréquentielle est notée $H(\nu)$.*

$$H(\nu) = \frac{e^{i\pi\nu}}{4i\nu + 1}$$

On note ν_c la fréquence de coupure de ce filtre.

A. $h(t) = 0$ *pour* $t < 0$.

B. *Le filtre est un passe-haut.*

C. $\nu_c = \frac{1}{2}$

D. $\nu_c = \frac{1}{4}$

Question 4 *On considère un filtre dont la réponse impulsionnelle est notée $h(t)$, à son entrée, il y a $x(t)$ et à sa sortie, il y a $y(t)$.*

$$h(t) = \frac{1}{2}\delta(t+1) + \frac{1}{2}\delta(t-1)$$

A. *Si* $x(t) = e^{-t}\mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$ *alors* $y(\frac{1}{2}) = 1$.

B. Si $x(t) = \delta(t)$ alors $y(\frac{1}{2}) = 0$.

C. Si $x(t) = \mathbf{1}_{[0,1]}(t)$ alors $y(\frac{1}{2}) = 0$.

D. Si $x(t) = \mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$ alors $y(\frac{1}{2}) = 1$.

Question 5 *On considère un premier filtre de réponse impulsionnelle $h_1(t) = te^{-\frac{t^2}{2}}$.*

A. Ce premier filtre transforme un signal impair en un signal impair.

B. Ce premier filtre est équivalent à l'application d'abord d'une dérivée du signal puis à l'application d'un deuxième filtre dont la nouvelle réponse impulsionnelle est $h_2(t) = -e^{-\frac{t^2}{2}}$

C. On considère un troisième filtre de réponse impulsionnelle $h_3(t) = \mathbf{1}_{[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}(t)$. On note le signal à l'entrée de ce filtre $x(t)$ et le signal à la sortie $y(t)$. On peut mettre la relation entrée-sortie sous la forme suivante :

$$\frac{d}{dt}y(t) = \frac{1}{2}x(t + \frac{1}{2}) - \frac{1}{2}x(t - \frac{1}{2})$$

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M,$\cancel{M}$ ou, N					

$$
\begin{array}{lclcl|l}
4\times\#V & = & 4\times & = & & \\
2\times\#M & = & 2\times & = & & = \\
1\times\#\cancel{M} & = & 1\times & = & & \\
0\times\#N & = & 0\times & = & &
\end{array}
$$

NOTE

Chapter 11

Autocorrélation

11.1 QCM

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies et sur le tableau plus bas, dans la colonne de gauche de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *On considère $x(t)$ un signal non-périodique réel et pair. On note $\varphi_{xx}(t)$ son autocorrélation.*

A. *Si on avance $x(t)$, alors $x(t) * x(t)$ est aussi avancé.*

B. *Si on avance $x(t)$, alors $\varphi_{xx}(t)$ est aussi avancée.*

C. *$x(t) * x(t)$ est aussi un signal pair.*

D. $\varphi_{xx}(t)$ *est aussi un signal pair.*

Question 2 *On considère un filtre de réponse impulsionnelle $h(t)$ à valeurs réelles et des signaux réels $x_1(t)$, $x_2(t)$, $y_1(t)$ et $y_2(t)$. On note $\varphi_{x_1x_1}(t)$ et $\varphi_{x_2x_2}(t)$ les autocorrélations associées à $x_1(t)$ et $x_2(t)$.*

$$\begin{cases} y_1(t) &= h(t) * x_1(t) \\ x_2(t) &= x_1(t) + x_1(t-1) \\ y_2(t) &= h(t) * x_2(t) \end{cases}$$

A. $y_2(t) = y_1(t) + y_1(t-1)$

B. $\varphi_{x_2x_2}(t) = \varphi_{x_1x_1}(t) + \varphi_{x_1x_1}(t-1)$

C. $y_2(t) = (h(t) + h(t-1)) * x_1(t)$

D. $\varphi_{x_2x_2}(t) = 2\varphi_{x_1x_1}(t) + \varphi_{x_1x_1}(t-1) + \varphi_{x_1x_1}(t+1)$

Question 3 *Pour cette question, on utilise le résultat suivant.*

$$\mathbf{1}_{[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}(t) * \mathbf{1}_{[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}(t) = (1 - |t|)\,\mathbf{1}_{[-1,1]}(t)$$

On note $x_1(t) = \mathbf{1}_{[0,1]}(t)$ et $x_2(t) = \mathbf{1}_{[0,2]}(t)$. Leurs autocorrélations sont notées $\varphi_{x_1x_1}(t)$ et $\varphi_{x_2x_2}(t)$.

A. $\varphi_{x_1x_1}(t) = (1 - |t|)\,\mathbf{1}_{[-1,1]}(t)$

B. $\varphi_{x_2x_2}(t) = \left(1 - \frac{|t|}{2}\right)\mathbf{1}_{[-2,2]}(t)$

C. $\mathbf{1}_{[-2,0]}(t) * \mathbf{1}_{[0,2]}(t)$ *n'est pas un signal pair.*

D. $\left[\mathbf{1}_{[0,2]}(t) * \mathbf{1}_{[0,2]}(t)\right](t) = \left[\mathbf{1}_{[-2,0]}(t) * \mathbf{1}_{[0,2]}(t)\right](t-2)$

Question 4 *On considère* $x(t) = e^{i\pi t}\mathbf{1}_{[0,1]}(t)$. *Son autocorrélation est notée* $\varphi_{xx}(t)$.

A.

$$\varphi_{xx}(t) = \int_0^t x(\tau)(x(\tau - t))^*\,d\tau \text{ pour } t \in [0,1]$$

B. $\varphi_{xx}(t) = \varphi_{xx}(-t)$

C. $\varphi_{xx}(0) = 1$

D. $\varphi_{xx}(1) = 0$

Question 5 *On considère* $x(t) = e^{i2\pi t}\mathbf{1}_{[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}(t)$. *Son autocorrélation est notée* $\varphi_{xx}(t)$, *son énergie est notée* E_x *et sa transformée de Fourier est notée* $X(\nu)$.

A. $E_x = 1$

B. $X(1) = 1$

$C.\ (x(t) * x(t))\,(0) = 1$

$D.\ \varphi_{xx}(0) = 1$

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M,$\cancel{\text{M}}$ ou, N					

NOTE

$$\begin{array}{lcll} 4\times\#\text{V} & = & 4\times & = \\ 2\times\#\text{M} & = & 2\times & = \\ 1\times\#\cancel{\text{M}} & = & 1\times & = \\ 0\times\#\text{N} & = & 0\times & = \end{array} \quad \Bigg| \quad =$$

Chapter 12

Distributions et propriétés

12.1 QCM

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies et sur le tableau plus bas, dans la colonne de gauche de chaque question, mettre une croix pour chaque affirmation considérée comme vraie.

Question 1 *On considère* $x(t) = (t^2 + 3t + 2)\mathbf{1}_{[-2,2]}(t)$ *et* $\mathbb{H}(t) = \mathbf{1}_{\mathbb{R}_+}(t)$.

A.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t+1)x(t)\,dt = 6$$

B.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t+1)x(t)\,dt = 1$$

C.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{vp}\left(\frac{1}{t+1}\right) x(t)\, dt = 2$$

D.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{H}(t)x(t)\, dt = 13 - \frac{1}{3}$$

Question 2 *On considère un filtre dont la réponse impulsionnelle est notée $h(t)$, à son entrée, il y a $x(t)$ et à sa sortie, il y a $y(t)$. La réponse fréquentielle de ce filtre est $H(\nu)$.*

$$h(t) = e^{-t}\mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$$

A. Si $x(t) = \delta(t)$ alors $y(1) = \frac{1}{e}$.

B. Si $x(t) = \mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$ alors $y(1) = 1$.

C. $|H(1)| = \frac{1}{\sqrt{1+4\pi^2}}$.

D. Le filtre considéré est un passe-bas.

Question 3 *On considère $\mathbb{H}(t) = \mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$ et $\mathrm{signe}(t)$ le signal qui vaut 1 pour $t > 0$, 0 en $t = 0$ et -1 en $t < 0$.*

A.

$$\mathrm{TF}[\mathbb{H}(t)](\nu) = \frac{i\pi}{2}\,\mathrm{vp}\left(\frac{1}{\nu}\right) + \frac{1}{2}\delta(\nu)$$

B.

$$\mathrm{TF}^{\text{-}1}[\mathbb{H}(\nu)](t) = \frac{i\pi}{2}\,\mathrm{vp}\left(\frac{1}{t}\right) + \frac{1}{2}\delta(t)$$

C.

$$\mathrm{TF}\left[\mathrm{signe}\left(t - \frac{1}{2}\right)\right](\nu) = \frac{1}{i\pi}\,\mathrm{vp}\left(\frac{1}{\nu}\right) e^{-i\pi\nu}$$

D.

$$\mathrm{signe}\left(t - \frac{1}{2}\right) - \mathrm{signe}\left(t + \frac{1}{2}\right) = 2\mathbf{1}_{[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]}(t)$$

Question 4 *On considère le signal* $x(t) = \mathbf{1}_{[-1,2]}(t)$. *On note* $\mathbb{H}(t) = \mathbf{1}_{[0,+\infty[}(t)$ *et* $\mathrm{signe}(t)$ *le signal qui vaut* 1 *pour* $t > 0$, 0 *en* $t = 0$ *et* -1 *en* $t < 0$.

A.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{signe}(t)x(t)\,dt = 1$$

B.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{H}(t)x(t)\,dt = 1$$

C.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{vp}\left(\frac{1}{t}\right) x(t)\,dt = 1$$

D.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)x(t)\,dt = 1$$

Question 5 *On considère un signal $x(t)$ à partir duquel on définit $y(t) = \mathrm{vp}\left(\frac{1}{t}\right) * x(t)$ et $z(t) = x(t) + iy(t)$. On note $X(\nu)$, $Y(\nu)$ et $Z(\nu)$ leurs transformées de Fourier. Dans cette question, on appelle ici gaussienne tout signal de la forme $Ae^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2}}$*

A. *Si $x(t)$ est un signal à valeurs réelles alors $y(t)$ est aussi un signal à valeurs réelles.*

B. *Si $x(t)$ est une gaussienne alors $y(t)$ est aussi une gaussienne.*

C. $|Y(\nu)| = |X(\nu)|$ *pour* $\nu \neq 0$.

D. $|Z(\nu)| = |X(\nu)|$ *pour* $\nu \neq 0$.

	1	2	3	4	5
A	c	c	c	c	c
B	c	c	c	c	c
C	c	c	c	c	c
D	c	c	c	c	c
V,M, $\not{M}$ ou, N					

$$\left.\begin{array}{lcl} 4\times\#V & = & 4\times \quad = \\ 2\times\#M & = & 2\times \quad = \\ 1\times\#\not{M} & = & 1\times \quad = \\ 0\times\#N & = & 0\times \quad = \end{array}\right| =$$

NOTE