Informations supplémentaires sur les TP de TNS
15 décembre 2020

1 Séance 1

1.1 Question 1

Utiliser les commandes suivantes

```
t=TP1_2(0.02,0.25,4,1);
start(t);
:
:
stop(t);
delete(t);
```

La fonction `square` peut être créée sous octave avec

```
square=@(x)2*(x>=0)-1;
```

La taille des caractères dans les figures est quelque chose d'important, parfois on ne les voit plus bien lorsqu'on fait des copies d'écran, or ces valeurs sont importantes surtout quand elles sont sur l'échelle des abscisses.

Voici une expérience sans agrandir la taille des caractères.

```
t=0:1e-3:1;
figure(1); plot(t,t.^2)
```

Et cette même expérience en agrandissant la taille des caractères.

```
t=0:1e-3:1;
figure(1); plot(t,t.^2)
set(gca,'fontsize',13);
```

Commentaire sur les compte-rendu que j'ai lus.

— Question 1, affirmer que le critère de Shannon-Nyquist n'est pas respecté parce que $f_e < 2f_0$ peut amener le lecteur à croire, à tort, qu'il suffit que $f_e \geq 2f_0$ pour que le critère soit respecté.
— Question 1, affirmer qu'une figure obtenue avec `stem` est un signal temps continu est curieux. En fait je dirai qu'un signal obtenu avec une simulation Matlab est temps discret, mais qu'effectivement quand on parle d'une figure, on peut tout à fait dire qu'elle permet de visualiser un signal temps continu. S'agissant d'une figure obtenue avec `stem`, je dirai qu'il s'agit de l'échantillonnage d'un signal temps continu.
— Question 3, si la valeur du paramètre indiqué en haut d'un graphe est faux, cela peut rendre difficile la compréhension du graphique.
— Question 3, il me semble important dans le TP de bien différencier le fait que le critère de Shannon-Nyquist soit ou non vérifié, du fait que la visualisation d'un signal ressemble à une sinusoïde ou non.
— Question 3, quand $f_e = 150$Hz, le critère de Shannon-Nyquist est respecté.
— Question 4, il est très probablement difficile sous Word d'obtenir les caractères $\lfloor$ et $\rfloor$, cela dit si vous le remplacez par des $[$ et $]$, cela va être difficile de comprendre ce que vous voulez dire. La solution que je propose est d'écrire que vous appelez par exemple $Ne(x)$ la fonction qui à un réel associe la partie entière de ce réel.
— Question 4, il me semble important quand on présente un graphe de dire en fonction de quoi la courbe évolue.
— Question 4, quand il y a une différence importante entre x_n et x_q, de plus de Q, cela signifie que la simulation est fausse. Une erreur que j'ai observée est de calculer x_q en fonction d'un autre signal que x_n.
— Question 4, il est maladroit de dire que la fonction `floor` permet d'arrondir une valeur vers quelque chose de plus précis. En traitement du signal, je crois que ce que l'on entend généralement par précision, c'est être proche de la valeur exacte du signal non avoir une valeur qui s'écrive simplement dans un système de numérotation donné.
— Question 5, si vous visualisez un spectre avec `plot(`S_k`)`, cela veut dire que l'échelle des abscisses n'est pas un ensemble de fréquences mais les indices $k+1$ des composantes affichées. Du point de vue de traitement du signal, cela pose un problème d'interprétation car on va croire que S_1 est associé à la fréquence $f = 2$Hz.

- Question 5, la définition en TNS de la TFD (transformée de Fourier discrète) est différente de l'implémentation en Matlab par `fft` au sens où il y a une division par le nombre d'échantillons (N) qui n'est pas faite par Matlab. Ce n'est pas une erreur qui a de véritables conséquences sur le graphique puisque nous nous intéressons d'abord à l'échelle des absicsses.
- Question 5, la notation $S_x(f)$ n'a effectivement pas été présentée en cours. Mais c'est une difficulté du traitement du signal, les notations ne sont en fait pas les mêmes partout. C'est pour cela que j'ai laissé cette notation. Cette notation signifie la densité spectrale de puissance en fonction de la fréquence. Quand cette fréquence est hors d'un pic, c'est zéro et sur un pic c'est un dirac multiplé par le module au carré de la transformée de Fourier. En aucun cas cela ne peut correspondre à la somme des modules au carrés des coefficients de la transformée de Fourier.
- Question 8, si vous visualisez des complexes obtenues avec `fft` en utilisant `plot`, il y a, il me semble un warning, et il affiche la partie réelle de ces complexes et non leur module. Ceci explique des valeurs parfois négatives sur le graphique. L'échelle des abscisse d'un graphe portant sur la transformée de Fourrier n'est pas en seconde mais en Hertz.
- Question 8, quand on utilise `fftshift`, affirmer que cela centre le signal introduit une confusion. Centrer un signal peut se comprendre de deux façons soit on enlève la moyenne du signal soit détecte le milieu de la courbe et on place ce milieu en t=0. Mais ici il ne s'agit pas du signal mais du spectre. Le lecteur pourrait croire que le spectre montré est différent parce que correspondant à un signal modifié.
- Question 1.d, les simulation temps-réel dans cette question correspondent à une fréquence sinusoïdale de 0.57Hz et une fréquence d'échantillonnage de 2Hz, c'est-à-dire à des paramètres qui satisfont le critère de Shannon-Nyquist. Effectivement l'impression visuelle ne permet pas d'observer simplement qu'il s'agit d'une sinusoïde mais c'est quand même la réalité.
- Question 9, la fréquence d'échantillonnage détermine en fait la différence entre deux composantes successives du vecteur d'échelle des temps. Cette différence doit être absolument égale à l'inverse de la fréquence d'échantillonnage.
- Question 9, si vous mettez en bas d'un graphe une légende `fréquence Hz` on va croire que le signal que vous représentez est en fait un spectre même si dans l'explication plus générale vous dite que c'est un signal.
- **Question 10, si vous dans l'implémentation de la visualisation d'un spectre, vous mettez à la fois l'instruction `fftshift` et la définition d'une échelle en fréquence non-centrée, le graphe que vous obtenez est faux car il place au centre du graphe correspondant à $\frac{f_e}{2}$ le coefficient associé à la fréquence nulle.**
- Question 11, en fait les questions encadrés sont des questions de cours et de compréhension de l'énoncé plutôt que des questions de TP, cela dit il est parfois intéressant de confronter le cours avec l'expérimentation réalisée. Dans cette question, la réponse théorique est une valeur proche de zéro car il s'agit normalement du carré de la moyenne des valeurs du signal qui se trouve avoir théoriquement une moyenne nulle. Comme il y a des effets de bords (i.e. le découpage ne correspond pas forcément à un nombre multiple de période), il peut tout à fait y avoir une valeur non-nulle.
- Question 12, la valeur du second terme de la fréquence associée à la DSP est en fait la fréquence associée à $k = 1$, c'est donc $\frac{f_e}{N}$.
- Question 13, la valeur du dernier terme de la fréquence associée à la DSP est en fait la fréquence associée à $k = N - 1$, c'est donc $\frac{(N-1)f_e}{N}$.
- Question 15, si vous dans l'implémentation de la visualisation d'un spectre, vous mettez à la fois l'instruction `fftshift` et la définition d'une échelle en fréquence non-centrée, le graphe que vous obtenez est faux car il place au centre du graphe correspondant à $\frac{f_e}{2}$ le coefficient associé à la fréquence nulle.
- Question 15, si vous utilisez
  `bn=0.3*randn(1,100);`
  Le bruit créé aura un écart-type de 0.3 et un carré d'écart-type (σ^2) de 0.3×0.3, c'est-à-dire 0.09.

2 Séance 2

Il est nécessaire d'installer le package Signal d'Octave qui lui-même nécessite le package Control. Les instructions à utiliser sont les suivantes

```
pkg install -forge control
pkg install -forge signal
```

Chaque installation semble prendre une dizaine de minutes.
Ensuite pour utiliser le package signal, il faut faire

```
pkg load signal
```

L'instruction suivante permet de vérifier que tout s'est bien passé.

```
help xcorr
```

Commentaire sur les compte-rendu que j'ai lus.

Question II.1 Il est important de préciser l'unité sur l'échelle des abscisses. Est-ce que 40 signifie 40s.

Question II.1 b_n modélise le fait que le signal réel est différent du signal prédit. Naturellement, on ne peut exactement mesurer le véritable signal, mais on modélise généralement cette différence entre la réalité et la prédiction théorique par un ensemble de valeurs aléatoires qui lorqu'elles sont moyennées ont une probabilité significative d'avoir des valeurs au sein d'un certain intervalle. Et cette dernière prédiction peut réellement être expérimentée dans la pratique. Par contre exprimer b_n en fonction de x_n ne permet pas du tout d'avoir ces propriétés stochastiques.

Question II.2 Il est souhaitable d'indiquer quelle courbe correspond à quel signal.

Question II.2 L'énoncé du TP précisait qu'il s'agit de superposer C_b, C_x et C_y pour chaque valeur de σ.

Question II.2 Je ne connais pas ce que signifie le taux d'intercorrélation. Mais j'ai constaté sur internet que cette notion existe, semble-t-il pour rappeler qu'il y a une normalisation. Si vous utilisez des termes qui ne sont pas défini dans le cours, il est souhaitable de les définir dans le cas particulier où vous les utilisez. Par exemple ici, les équations ayant été très simplifiées, je ne vois pas à quelle normalisation vous pourriez faire référence ?

Question II.2 Je ne sais pas ce qu'est cette notion de stabilisation de l'information contenue dans un signal. J'ai cherché sur internet et ce que j'ai trouvé que la notion de stabilisation associée au mot signal est utilisé pour décrire les difficultés rencontrées vis-à-vis d'un dispositif technique pour lire les données. Ici je crois que la modélisation est trop simplifié pour qu'on puisse modéliser ce genre de problème.

Question II.3 Sachant qu'il existe une notion d'incertitude temps-fréquence, elle-même associée à une notion d'incertitude position-vitesse, il est tentant de voir dans le choix d'un signal de modulation, le résultat d'un tel compromis. Cette notion n'est en fait pas visée par la question. Ici le principal rôle du signal émis est d'être distinct du bruit. Plus précisément si la différence entre l'autocorrélation du signal émis en zéro et un instant donné est faible, cette différence a des chances d'être couvertes par le bruit. Ceci va induire une incertitude sur le retard détecté et par suite sur la position. Mais je ne crois pas qu'on puisse en déduire de cette différence plus faible une plus grande précision sur la détermination de la vitesse.

Voici un avis personnel sur la durée du signal émis. Je dirai qu'elle est un compromis entre le niveau de bruit et la possibilité de détecter un objet à telle zone. En effet, la différence d'ordre de grandeur entre la puissance émise et la puissance reçue est telle qu'il faut absolument empêcher le radar d'être à l'écoute du signal reçu quand il émet un signal. Du coup plus le signal émis est long, moins on peut détecter de cible proche (il faut que le signal reçu arrive après la fin du signal émis).

Voici un avis personnel sur l'incertitude position-vitesse et le radar. Le radar considéré ici ne cherche pas à déterminer la vitesse, il se contente de la position. Il est exact que la vitesse de l'objet impacté se traduit par un effet doppler modifiant le signal émis, mais les vitesses de l'avion sont faibles et il faut une durée significative pour mesurer l'impact de cet effet Doppler. En pratique la vitesse de l'avion est déterminé en envoyant une succession de signaux émis et en mesurant tout simplement la façon dont le retard évolue au cours du temps, c'est-à-dire la position de l'avion évolue au cours du temps. L'impossibilité technique de distinguer les différents signaux émis amène une possible confusion : est-ce que le pic correspond au dernier signal émis ou au précédent, la position est donc mesurée avec à un multiple d'une distance donnée près. Plus on veut améliorer la précision sur la vitesse plus on est amené à rapprocher les signaux émis et plus on diminue cette distance donnée et donc plus on augmente la difficulté à mesurer la position. Il me semble que les équations ne sont pas exactement celles du principe d'incertitude temps-fréquence.

Question II.4 Une figure représentant l'évolution d'un ou plusieurs signaux en fonction du temps, n'a pas à être appelé `autocorrélation`.

Question II.4 L'instruction Matlab `rand` ne génère un bruit blanc gaussien centré mais un bruit blanc uniforme entre 0 et 1 et donc pas du tout centré.

Question II.5 Décrire exactement ce que représente chaque graphe est important.

Question II.5 Il est important que la légende du graphe coïncide avec le graphe et ne pas dire qu'il y a trois pics si on en voit qu'un. L'échelle en abscisse doit permettre de confirmer que le pic correspond bien au retard modélisé dans le signal reçu.

Question II.5 Il s'agit de calculer l'intercorrélation entre le signal reçu et le signal émis et non l'intercorrélation entre le signal reçu et le signal reçu.

Question II.6 Pour détecter les différents pics, je n'utiliserai pas un filtre passe-bas sur l'intercorrélation. Effectivement ce filtre aura tendance à réduire les petits et moins petits pics sur l'intercorrélation provoqués par le bruit, mais ce filtre réduira aussi la précision sur la détection du retard. En fait l'intercorrélation est en-elle même déjà une moyenne au cours du temps. Il ne s'agit donc plus qu'un traitement algorithmique permettant de détecter une certain nombre de pics avec des hypothèses, par exemple on cherche un certain nombre de pic et ces pics doivent être éloignés d'un temps minimal.

Question II.8 Le chapeau $\hat{}$ ne porte pas sur la fréquence, mais sur Y ou X pour distinguer la transformée de Fourier de la transformée de Laplace.

Question II.8 La TFTD s'écrit avec un signe somme et non une intégrale.

Question II.8 Je crois que ce n'est pas une bonne idée d'utiliser la variable z pour désigner du temps, à moins d'une information écrite en français le spécifiant. (utiliser la variable ξ ou η n'amène pas aux mêmes risques de confusion.)

Question II.8 Je crois que ce n'est pas une bonne idée d'affirmer que $\omega = t - \tau$.

Question II.8 Il n'est pas vrai que l'autocorrélation est le produit de convolution du signal par lui-même, il y a en fait une inversion du temps à effectuer.

Question II.8 Il n'est pas vrai que la densité spectrale d'énergie est le carré de la transformée de Fourier, c'est en fait le module au carré.

Question II.10 La TFD s'écrit avec un signe somme et non une intégrale.

Question II.10 Il n'est pas vrai que la TFD d'un produit de convolution est le produit des TFD, en fait pour les signaux périodiques, le produit de convolution pose un problème de définition.

3 Séance 3

Commentaire sur les compte-rendu que j'ai lus.

— Le sur-échantillonnage ne consiste pas à modifier la fréquence d'échantillonnage à laquelle on échantillonne un signal temps continu. Il consiste à considérer un signal déjà échantillonné et à le représenter sous la forme d'un signal échantillonné mais à une fréquence d'échantillonnage plus élevé.

— On peut faire le sur-échantillonnage d'un signal sans que cela corresponde à une fréquence d'échantillonnage beaucoup plus élevée.

Question III.1 Il me semble important de mettre une vraie échelle des abscisses avec des valeurs correspondant à des secondes (ou à des millisecondes en le précisant).

Question III.1 Pour faire coïncider les simulations numériques avec les équations du cours, il est nécessaire de diviser le résultat obtenu avec `fft` par le nombre d'échantillons traité. On obtient alors une DSP qui est le carré de la *moyenne* du signal et non de la somme du signal.

Question III.5 Pour obtenir v_n à partir de x_n, il est tout à fait possible de réaliser une boucle avec un traitement différencié suivant la parité du compteur d'itérations. Mais le plus simple est de faire comme dans l'exercice 1 du polycopié de Matlab, construire un vecteur nul contenant deux fois plus d'échantillons et mettre les bonnes valeurs aux bons indices.

Question III.5 L'échelle des fréquences est importante.

Question III.5 En observant que le maximum du module du spectre de v_n est plus faible que celui de x_n, il peut être tentant d'en déduire que l'augmentation du nombre d'échantillons diminue ce maximum, mais la réalité est différente, ce maximum est la moyenne du signal et cette moyenne est diminuée en rajoutant des zéros.

Question III.5 Effectivement le spectre de v_n est identique à celui de x_n sur $[-12.5, 12.5]$ (à une constante de proportionnalité près) parce qu'en fait il est en fait identique sur l'ensemble des fréquences, la différence est que pour celui de x_n on le représente que sur une période, tandis que pour v_n on le représente sur $[-25, 25]$ ce qui correspond à deux périodes.

Question III.7 La relation entre s_n et y_n n'est pas celle d'un filtre temps invariant. En effet si on retard d'un pas de temps s_n on n'a pas systématiquement y_n retardé d'un pas de temps.

Question III.8 Il me semble que `stem` n'est pas aproprié pour la représentation d'une réponse fréquentielle, celle-ci étant en réalité définie pour toutes les fréquences puisque la réponse impulsionnelle n'est pas périodique.

Question III.9 On n'obtient pas la réponse impulsionnelle d'un filtre en utilisant `ifft` sur un vecteur obtenu avec `freqz`. Les arguments dans `freqz` constituent en fait les composantes b_n et a_n correspondant respectivement au numérateur et au dénominateur du filtre rationnel.

Question III.9 Si l'on avait voulu que y_n soit exactement identique à x_n et bien on aurait considéré x_n et non y_n. Mais y_n a deux fois plus d'échantillons que x_n donc pour les échantillons pairs on peut effectivement choisir x_n mais pour les autres il y a besoin de faire un choix.

Question III.9 L'échelle des temps ne doit pas être proportionnelle à la fréquence d'échantillonnage.

Question III.11 La réponse fréquentielle est à valeurs complexes, aussi on ne peut représenter cette réponse fréquentielle dans un graphique classique. Si on demande à Matlab de le représenter, il indique généralement un avertissement et représente la partie réelle de la réponse fréquentielle. Mais cette partie réelle est très différente du module.

Question III.11 Il est tout à fait pertinent de remarquer que le second filtre n'a pas une fréquence de coupure à 12.5Hz comme le premier. Mais en déduire que le premier est forcément meilleur que le second à cause uniquement de ceci, me semble simpliste. Les deux filtres sont différents du filtre idéal, cela se voit sur leur réponse fréquentielle et c'est l'analyse de l'application considérée, des signaux que l'on utilise qui pourrait permettre de faire un choix entre l'un ou l'autre filtre. Le deuxième est clairement plus sélectif que le premier.

Question III.11 Il ne me semble pas pertinent de mesurer la valeur minimale du logarithme du module de la réponse fréquentielle. En effet lorsque le module de la réponse fréquentielle tend vers 0, le logarithme tend vers $-\infty$ et la valeur affichée dépend en fait du nombre de points que l'on a souhaité utiliser pour l'affichage du graphique.

Question III.12 Il me semble qu'en superposant le signal z_n et x_n on voit que le signal z_n est retardé par rapport à x_n.

Question III.14 Affirmer qu'il est impossible de réaliser la technique de filtrage demandé après l'avoir réalisé est surprenant. Dans la pratique pour utiliser ce type de filtrage (calcul de la TFD, application du fonction porte, puis calcul de la TFD inverse) suppose de découper le signal en une succession de signaux sur une durée limité et à appliquer le processus sur chacun des signaux de durée limitée. Le problème posé devient celui du choix de la durée et de l'importance des distorsions dans la mesure où ce n'est plus exactement un filtrage linéaire temps invariant du fait de l'approximation utilisée.

question III.14 Je ne dirai pas que l'inconvénient majeur de ce filtre idéal est qu'il coupe assez rapidement la bande passante, effectivement il y a une discontinuité en fréquence, mais le problème est que les sorties dépendent d'entrées très éloignées en temps, tellement éloignée qu'on peut dans la pratique difficilement donner du sens à cette dépendance.

4 Séance 4

Si vous souhaitez utiliser latex pour écrire de jolies formules pour ces compte-rendus ou autres, vous pouvez utilisez [1]

`https://latexbase.com`

Je précise que ceci est complètement en dehors des objectifs de ce cours.

Commentaire sur les compte-rendu que j'ai lus.

— À toute relation multiplicative entre le spectre du signal numérique de sortie $\widehat{Y}(f)$ et le spectre du signal numérique d'entrée $\widehat{X}(f)$ est associée à un filtre défini par

$$h_n = \text{TFTD}^{-1}\left[\frac{\widehat{Y}(f)}{\widehat{X(f)}}\right]$$

où TFTD^{-1} est la transformée de Fourier à temps discrète inverse. La difficulté ici est qu'ainsi définie en général h_n est complexe. Si on rajoute une certaine symétrie on a que h_n est en plus réel. Mais on peut tout à fait avoir pour certaines ou toutes les fréquences $\widehat{Y}(f) > \widehat{X}(f)$.

— Le spectre est la transformée de Fourier d'un signal. Il n'est pas souhaitable de noter un spectre avec fe ou fs.

— Quand on écrit

$$y(t) = \mathcal{H}\left[x(t)\right](t)$$

Je ne vois pas de raison d'appeler $\mathcal{H}$ ou $\mathcal{H}\left[x(t)\right]$ Si l'on voulait exprimer la fonction de transfert [2] en fonction de $\mathcal{H}$, j'écrirai ceci.

$$H(p) = \int_0^{+\infty} \mathcal{H}\left[\delta(t)\right](t)\, e^{-pt}\, dt$$

En effet $\mathcal{H}\left[\delta(t)\right](t)$ est la réponse impulsionnelle de ce filtre.

1. Les formules sont entourées de \$ ou de \$\$ et les mots clef sont précédés d'un anti-slash.
2. Fonction de transfert dans ce cours signifie transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle.

question IV.1 Il me semble qu'il aurait été intéressant de justifier la façon dont vous avez mesuré la fréquence de la sinusoïde et la fréquence d'échantillonnage.

question IV.2 La fréquence d'échantillonnage est défini comme l'inverse de la période d'échantillonnage qui elle-même est définie comme la durée entre deux échantillons successifs. Si deux signaux sont synchronisés avec des échantillons qui arrivent en même temps alors leur fréquences d'échantillonnage sont identiques.
La fréquence d'une sinusoïde est défini comme l'inverse de sa période, (en l'occurrence par période on entend ici le plus petit réel strictement positif T tel que $x(t+T) = x(t)$).

question IV.3 L'amplitude d'une sinusoïde est la moitié de la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale.

question IV.3 Donner juste des valeurs de paramètres n'est pas très compréhensible. Il est souhaitable d'indiquer ce que signifie a_1 et a_2.

question IV.4 Le filtre est en fait un passe-bas. En fait il n'est pas possible de savoir si un filtre est un passe-bas (ou un passe-haut) en ne connaissant la valeur de la réponse fréquentielle qu'en une seule fréquence.

question IV.4 On peut très bien avoir une réponse fréquentielle qui augmente avec la valeur de ρ mais qui pour chaque valeur de ρ est un passe-bas en tant que relation entre une fréquence et un complexe définie par $f \to \widehat{H}_\rho(f)$, ρ étant alors ici un paramètre.

question IV.8 Une fois que vous proposez une valeur de ρ, ce serait intéressant de visualiser éventuellement avec un zoom pour mesurer l'amplitude de chaque signal.

question IV.10 Pour mesurer le rapport signal sur bruit, on effectue la division de la puissance du signal par la puissance du bruit, ou bien l'énergie du signal par l'énergie du bruit. Ce résultat est ensuite transformée en appliquant la fonction $10\times \log_{10}$. Le résultat est donc un réel et non un complexe.

question IV.10 L'unité décibel dB pour le rapport signal sur bruit suppose que l'on utilise un logarithme en base 10.

question IV.10 **L'échelle des temps n'a aucune raison de dépendre de la fréquence d'échantillonnage. Elle n'a aucune raison d'être symétrique par rapport à $t = 0$.**

question IV.10 L'échelle des temps est importante.

question IV.10 Effectivement lorsqu'on multiplie par deux le bruit, le rapport signal sur bruit mesuré en décibel diminue de 6dB.

question IV.10 Exprimer le rapport signal sur bruit comme quotient de deux puissances a tout à fait un sens. Il se trouve que dans le sujet, on souhaite l'exprimer avec des décibels et par suite en utilisant $10\log_{10}$.

question IV.11 Pour comparer la DSP du signal avec celle du bruit, il est préférable de les afficher toutes les deux sur le même graphique.

question IV.11 Je pense que pour trouver un exemple où un filtre passe-bas permette à la fois d'éliminer un maximum de bruit tout en gardant le signal intact, cet exemple serait tellement particulier qu'il faudrait l'avoir soigneusement construit artificiellement.

question IV.11 Le choix d'un filtre passe-bas n'a absolument pas l'objectif d'éviter un repliement de spectre. Un repliement de spectre apparaît lorsqu'on diminue la fréquence d'échantillonnage d'un signal temps discret ou lorsqu'on échantillonne un signal temps continu. Et dans ce cas la fréquence de coupure souhaité du filtre passe-bas est lié à la fréquence d'échantillonnage la plus basse, indépendamment d'une information complémentaire sur le signal. Ce n'est pas ce qui se passe dans cette expérimentation.

question IV.12 Un filtre numérique dont la réponse impulsionnelle est nulle à partir d'un certain instant est forcément un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF), puisque le terme *fini* indique qu'il y a un nombre fini de termes non-nuls dans la réponse impulsionnelle.

question IV.12 Si $P = 2$, il est inexact d'affirmer que la fonction de transfert du filtre est $H(z) = 1 + z^{-1}$, en fait elle est $H(z) = \frac{1+z^{-1}}{2}$.

Question IV.12 Il est inexact d'affirmer que la DSP sert à quantifier le bruit. Il me semble que dans le cours, la notion de quantification n'est utilisée qu'une seule fois pour signifier la transformation d'un signal à valeurs réelles en un signal à valeurs discrètes.

question IV.13 Si vous utilisez l'échelle en fréquence par défaut obtenue avec `freqz`, il est nécessaire d'expliquer précisément son sens. En fait la valeur 1 sur cette échelle signifie en réalité $\frac{f_e}{2}$. En effet il s'agit non d'une échelle en fréquence mais en pulsation réduite c'est-à-dire $\frac{2\pi f}{f_e}$ mais où le facteur multiplicatif π n'est pas utilisé, de sorte que 1 signifie en fait π c'est-à-dire $\frac{2\pi f}{f_e} = \pi \Rightarrow f = \frac{f_e}{2}$.

question IV.13 Effectivement le filtre moyenneur est un filtre à phase linéaire.

question IV.13 Un filtre défini par une réponse impulsionnelle est toujours linéaire.

question IV.13 Un filtre à réponse impulsionnelle finie est toujours stable.

question IV.13 Mettre en titre d'un graphique qu'il s'agit de la réponse en fréquence, n'est pas clair. S'agit-il de la réponse fréquentielle d'un filtre, ou de la valeur du module du spectre d'un certain signal en fonction de la fréquence.

question IV.13 Un moyenneur est un filtre à réponse impulsionnelle **finie**. Cette notion est très différente de la notion de réponse fréquentielle.

question IV.13 Il n'y a aucun lien entre le fait que la réponse fréquentielle d'un signal soit un sinus cardinal et le fait que ce filtre pourrait alors être celui utile à un recouvrement spectral.

question IV.14 Pour mesurer l'erreur entre le vrai signal et le signal bruité et filtré, il est souhaitable de retarder un peu le vrai signal de façon à le synchroniser avec le signal bruité et filtré. Cette synchronisation dépend de P et vaut à peu près $P/2$.

question IV.14 Il est important de mettre une échelle des temps conforme à la valeur de f_e utilisée.

question IV.14 Lorsqu'on représente la transformée de Fourier d'un signal, son abscisse est la fréquence, lorsqu'on représente le signal lui-même à la l'abscisse est une échelle de temps.

question IV.14 Effectivement quand P augmente, le signal résultant s'éloigne du vrai signal, mais ce n'est pas parce qu'il laisse passer le bruit, c'est en fait au contraire parce que le filtre atténue non seulement le bruit mais le signal lui-même au point que le résultat devienne beaucoup plus différent du signal d'origine.

question IV.15 La relation entrée-sortie en l'occurrence la relation qui permet d'exprimer z_n en fonction de y_n doit comporter le symbole $=$.

question IV.15 Un filtre dont la réponse impulsionnelle est définie par $h_n = a_1\delta_n + a_2\delta_{n-1}$ est un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF) car cette réponse impulsionnelle ne comporte que deux termes.

question IV.16 Il ne faut pas du tout écrire $z_{n-1} = z^{-1}z_n$. En effet z est une variable complexe muette et n est un entier quelconque, z_n est un signal défini par l'entrée y_n et le filtre défini ici par sa relation entrée sortie. Je vous propose ici une façon de transformer la relation entrée sortie en fonction de transfert. Je note $Y(z)$ et $Z(z)$ les transformées en Z de y_n et z_n. La linéarité et la propriété sur le retard des transformées en Z me permettent d'affirmer que la transformée en Z de $a_1z_n - a_2z_{n-1}$ est $(a_1 - a_2z^{-1})Z(z)$. La relation entrée-sortie du filtre indique que $a_1z_n - a_2z_{n-1} = y_n$. En appliquant la transformée en Z aux quantités gauche et droite de cette équation, j'en déduis que

$$(a_1 - a_2z^{-1})Z(z) = Y(z)$$

La fonction de transfert du filtre noté $H(z)$ est défini par $\frac{Z(z)}{Y(z)}$. Donc

$$H(z) = \frac{1}{a_1 - a_2z^{-1}}$$

Mais naturellement vous pouvez tout aussi bien écrire directement le résultat vu qu'il s'agit d'un point du cours. Enfin une technique pour trouver la réponse impulsionnelle à partir de cette fonction de transfert consiste à mettre $H(z)$ sous une forme très proche.

$$H(z) = \frac{1}{a_1}\times\frac{1}{1 - \frac{a_2}{a_1}z^{-1}}$$

En utilisant le développement en série $\frac{1}{1-Z} = \sum_{n=0}^{+\infty} Z^n$ pour $|Z| < 1$, on en déduit que

$$H(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{a_1}\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^n z^{-n}$$

lorsque $|z| > 1$ et $|a_2| < |a_1|$.

question IV.17 Il est important de regarder si effectivement le graphe coïncide avec la formule proposée pour la réponse impulsionnelle.

question IV.17 Vérifier numériquement peut consister à afficher sur un même graphique, la réponse impulsionnelle calculée avec `impz` et la réponse impulsionnelle calculée à la question IV.16.

question IV.18 Le critère de stabilité indique que le pôle $\frac{a_2}{a_1}$ soit à l'intérieur du cercle unité. Il se trouve que $\frac{a_2}{a_1}$ est en fait réel. L'intersection entre l'intérieur du disque unité et la droite représentant les réelles est le segment de droite correspondant à l'intervalle $]-1,1[$. Aussi le filtre est stable si

$$\left|\frac{a_2}{a_1}\right| < 1$$

question IV.19 La condition associée à

$$\sum_{n=0}^{+\infty} h_n = 1$$

est équivalente à $\widehat{H}(0) = 1$ et cela signifie que le filtre ne va en général pas amplifier ni atténuer le signal. En particulier la moyenne du signal de sortie est égale à la moyenne du signal d'entrée. Cette condition ne correspond pas du tout à la stabilité. Une définition, il me semble rigoureuse, de la stabilité d'un filtre de réponse impulsionnelle h_n est

$$\sum_{n \geq 0} |h_n| \text{ est une série convergente.}$$

C'est-à-dire la suite $\sum_{n=0}^{n=N} |h_n|$ est une suite qui admet une limite quand N tend vers l'infini.

question IV.20 Il est possible de calculer $\widehat{H}(0)$ de diverses façons.

$$\sum_{n=0}^{+\infty} h_n = \frac{1}{a_1} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^n = \frac{1}{a_1} \frac{1}{1 - \frac{a_2}{a_1}} = \frac{1}{a_1 - a_2}$$

Aussi la condition $\widehat{H}(0) = 1$ signifie $a_1 - a_2 = 1$.
Ainsi on cherche a_1 et a_2 respectant ces deux conditions

$$\begin{cases} |a_2| < |a_1| \\ a_1 - a_2 = 1 \end{cases}$$

En exprimant a_2 en fonction de a_1, on trouve

$$\begin{cases} |\frac{a_1 - 1}{a_1}| < 1 \\ a_1 - a_2 = 1 \end{cases}$$

Il se trouve que

$$|\frac{a_1 - 1}{a_1}| < 1 \Leftrightarrow |1 - \frac{1}{a_1}| < 1 \Leftrightarrow 0 < \frac{1}{a_1} < 1 + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < a_1$$

D'où

$$\begin{cases} a_1 > \frac{1}{2} \\ a_2 = a_1 - 1 \end{cases}$$

Question IV.22 Lorsqu'une figure indique la réponse fréquentielle, je m'attend à ce que la valeur en bas à droite du graphe corresponde à $\frac{f_e}{2}$, naturellement, cela peut être une autre fréquence, mais si c'est une fréquence inférieure, on se pose la question de ce qui se passe entre cette fréquence et $\frac{f_e}{2}$.

Question IV.23 On ne peut comparer l'ordre d'un filtre RIF avec la valeur non-entière de a_1 qui caractérise le deuxième filtre, ou alors il faudrait établir que $P = 1$ correspond à la plage de valeurs associées à a_1, $P = 2$ correspond à telle plage etc... Pour dire qu'un filtre est plus sélectif qu'un autre, il faut en fait utiliser des échelles similaires. Un filtre qui a une atténuation significativement plus élevée qu'un autre pour une grande partie des fréquences est considéré comme plus sélectif que l'autre indépendamment de la valeur maximale de l'atténuation et des valeurs très importante qu'elle pourrait avoir sur une petite plage de fréquences. Par ailleurs, on peut très bien imaginer qu'un filtre soit moins sélectif et malgré tout plus efficace pour une expérimentation particulière.

5 Séance 5

Commentaire sur les compte-rendu que j'ai lus.

Introduction À propos de la notion de filtre actif/passif. C'est une notion qui a sens évident dans un montage électronique. Réaliser un filtre actif est impossible avec uniquement des condensateurs/resistances/bobines et il est assez simple de mesurer la puissance consommée/créée lors de l'utilisation d'un filtre. Dans le cadre de cet enseignement de traitement du signal, ces notions sont plus délicates. Il ne s'agit pas ici de réaliser effectivement un filtre avec des résistances mais de modéliser. Il se trouve qu'il est très simple de modéliser des filtres actifs ou passifs qui se ressemblent beaucoup. De même que si dans la réalité il est impossible de réaliser un filtre non causal, il est très simple de modéliser un filtre non causal. Il est tout à fait possible de donner un sens à cette notion de filtre actif/passif, je dirai surtout à temps continu, (à temps discret, il y a une petite difficulté), mais il me semble important de réfléchir à l'utilité d'une telle notion. Il me semble que l'utilisation du traitement du signal pour aider à réaliser physiquement est en dehors du cadre de cet enseignement. Il me semble que les réalisations effectives des filtres numériques sont toutes actives, même quand le filtre à réaliser pourrait être considéré comme passif.

Question V.6 Tout graphe représentant le signal doit avoir une échelle en temps cohérente avec la fréquence d'échantillonnage annoncée.

Question V.6 Lorsque le signal filtré a une valeur moyenne différente et significativement plus faible que le signal non filtré, cela signifie que le filtre utilisé n'est a priori pas un filtre passe-bas.

Question V.6 Une façon de croire qu'on a implémentée un filtre passe-bas idéal alors que ce qui est implémenté est en réalité un filtre passe-haut, consiste à modifier le spectre en utilisant un filtre idéal avec des valeurs associées à une échelle centrée, alors que le spectre a été calculé en fréquence non-centré. C'est le cas lorsque le spectre est calculé sans `fftshift`.

Question V.6 Étant donnée une fréquence d'échantillonnage de 1kHz, lorsque je lis que le choix d'une fréquence de coupure à 400Hz respecte le critère de Shannon-Nyquist, je présume que cela signifie que ce choix de la fréquence de coupure a un sens car inférieur à $f_e/2$. Mais citer le critère de Shannon-Nyquist pour cela, n'aidera pas du tout le lecteur à vous comprendre. Il me semble que le critère de Shannon-Nyquist évoque d'abord au lecteur un critère lié à un problème d'échantillonnage.

Question V.9 Il n'est pas pertinent que l'échelle des temps d'un signal soit symétrique par rapport à $t = 0$.

Question V.11 Le cours expose une technique classique pour synthétiser un filtre de Butterworth en réalisant d'abord la synthèse d'un filtre analogique puis en obtenant un filtre numérique au moyen de la transformée bilinéaire. Dans cette technique il est impératif que les caractéristiques souhaité du filtre numérique ne soit pas utilisée directement dans la synthèse du filtre analogique mais que préalable on détermine les caractéristiques du filtre analogiques de façon qu'avec la transformée bilinéaire on obtienne les caractéristiques souhaitées. Dans les fonctions `butter` et `buttord` utilisent précisément cette technique. **Mais**, pour être simple à utiliser, cette fonction ne peut être utilisé que pour des filtres numériques et à l'intérieur de la fonction il y a l'utilisation de caractéristiques calculées pour le filtre analogiques, calcul qui justement prend en compte la façon dont ces caractéristiques sont transformées. La fréquence de coupure à entrer dans la fonction matlab est donc **exactement** celle souhaitée dans le filtre numérique.

Question V.12 Lorsqu'un signal atteint 10^{235}, cela signifie qu'il y a une erreur ou que le filtre utilisé n'est pas stable. Ce qui est contradictoire avec ce qui est énoncé dans le cours et donc soulève un problème.

Question V.14 Lorsqu'on fait un filtrage, on souhaite que le signal filtré soit plus proche du signal original que du signal perturbé. Si ce n'est pas le cas, cela signifie qu'il aurait mieux valu ne pas du tout filtrer.