Sujet des compte-rendus des TP

Ce compte-rendu est à rendre par mail un jour avant la séance suivante.*

October 17, 2024

Dans ce document, la notation $\widehat{X}(f)$ est une notation générale, elle n'implique pas que cette transformée de Fourier soit définie avec des raies ou sans raies.

1 Séance 1

Question 1. *on considère un signal $x(t) = \cos(2\pi t)$ observé pour $t \in [0, 2]$. Sa transformée de Fourier est $\widehat{X}(f) = \frac{1}{2}\delta(f-1) + \frac{1}{2}\delta(f+1)$ On note $x_e[n]$ le signal échantillonné à la fréquence $f_e = 50Hz$. On note* `ech_t` *et* `x_t` *les vecteurs associés respectivement au temps et aux valeurs prises par $x_e[n]$. On note $\widehat{X}_e(f)$ la transformée de Fourier de $x_e[n]$ en considérant seulement les données associées à $t \in [0, 2]$.*

1. *Donnez le programme calculant* `ech_t` *et* `x_t` *qui sont deux vecteurs associées aux instants et aux valeurs du signal échantillonné.*
2. *Insérez le graphe correspondant dans le document* `pdf`*.*
3. *Donnez le programme calculant* `ech_f` *et* `X_f` *qui sont deux vecteurs associés aux fréquences et aux valeurs du module du spectre ($\widehat{X}(f)$) pour une représentation non-centrée.*
4. *Donnez le programme calculant* `ech_f` *et* `X_cf` *qui sont deux vecteurs associés aux fréquences et aux valeurs du module du spectre ($\widehat{X}(f)$) pour une représentation centrée.*
5. *Insérez les deux graphe correspondant dans le document* `pdf`*.*

Question 2. *On considère le signal $x(t) = \sin(2\pi 10t)$ sur un un intervalle de temps $[0, 2]$ et échantillonné à $f_e = 1000Hz$ noté $x_e[n]$. Il est ensuite quantifié sur 4 bits et noté $x_{eq}[n]$. On considère le signal $y_n = x_{eq} - x_e[n]$, on le modélise comme un bruit blanc gaussien.*

1. *Donnez le programme calculant* `ech_t` *et* `x_t` *qui sont deux vecteurs associées aux instants et aux valeurs du signal échantillonné.*
2. *Donnez le programme calculant* `x_qt` *qui est un vecteur de même taille que* `x_t` *et donnant les valeurs de $x_{qe}[n]$.*
3. *Donnez le programme calculant* `y_t` *associé à y_n.*
4. *Représentez graphiquement* `ech_t` *et* `y_t`*. Commentez la représentation graphique.*
5. *Estimez la moyenne μ en supposant que* `y_t` *est un signal aléatoire. Donnez d'abord le programme permettant l'estimation et ensuite la valeur trouvée. Commentez le résultat.*
6. *Estimez l'écart-type σ en supposant que* `y_t` *est un signal aléatoire. Donnez d'abord le programme permettant l'estimation et ensuite la valeur trouvée. Commentez le résultat.*

*Il y a un compte-rendu par séance pour les 4 premières séances. Le compte-rendu doit être un document `pdf`, il doit comporter les différentes réponses aux questions. Pendant la séance, je viendrai parmi vous poser un certain nombre de questions sur votre propre compte-rendu et sur les autres questions de TP.

2 Séance 2

Question 3. *On considère un repère où l'axe x est vers la droite et l'axe y vers le haut. On considère ici qu'un avion est modélisé par deux signaux $x(t)$ et $y(t)$. À $t = 0$, cet avion se trouve en un point M fixe mais dont la position est tirée aléatoirement suivant une loi uniforme sur un carré centré en $O(0, 0)$ et de côté 2. Les valeurs prises par x et y sont ici considérées comme des mètres. Les coordonnées de $M(x_M, y_M)$ vérifient*

$$x_M = 2U - 1 \text{ et } y_M = 2V - 1 \tag{1}$$

où U et V sont indépendants et suivent une loi uniforme. Cet avion se déplace ensuite horizontalement vers la droite à la vitesse $v = 1m/s$.

$$x(t) = x_M + vt \text{ et } y(t) = y_M \tag{2}$$

On note $x_e[n]$ et $y_e[n]$ les signaux échantillonnés à une fréquence de $100Hz$.

1. *Donnez le programme calculant x_M et y_M.*
2. *Donnez le programme calculant $t[n]$, $x_e[n]$ et $y_e[n]$ pour toutes les valeurs de n où l'avion reste dans le carré défini précédemment.*
3. *Le radar est localisé en $R(-1, -1)$ et il est orienté de façon à regarder vers dans le sens croissant de l'axe y. Il voit l'avion quand celui-ci passe à la verticale du radar avec une petite largeur $\delta = 0.1$, c'est-à-dire quand $x_M \in [1 - \delta, 1]$. On note z_n le signal qui vaut 1 lorsque le radar voit l'avion et 0 lorsqu'il ne le voit pas.*
4. *Représentez le graphe de $x_e[n]$, $y_e[n]$, $z_e[n]$ en fonction du temps.*
5. *Représentez graphiquement le mouvement de l'avion en joignant les points $(x_e[n], y_e[n])$ pour toutes les valeurs de n pour lesquelles l'avion reste dans le carré.*

Question 4. *On suppose maintenant qu'il y a trois avions qui passent à la hauteur du radar décrit dans la question précédente aux instants t_1, t_2, t_3. Ils restent visible par le radar pendant une durée $\delta = 0.1$. On considère toujours la fréquence d'échantillonnage $f_e = 100Hz$. t_1, t_2, t_3 ici suivent sont aléatoires. t_1, $t_2 - t_1$ et $t_3 - t_2$ suivent des lois uniformes sur $[0, 2]$. Ils passent à une distance $d_1 = 1$, $d_2 = 2$ et $d_3 = 3$ du radar et se déplacent tous à une vitesse de $1m/s$.*

1. *Écrivez les commandes permettant de représenter graphiquement le radar, la position des avions au moment où ils sont détectés par le radar.*
2. *On note z_n le signal valant 1 and l'avion est touché par une onde transmise par le radar. Écrivez le programme permettant de simuler numériquement z_n.*
3. *On suppose que la vitesse de la lumière est petite et qu'elle vaut seulement $3m/s$. On note z_n^+ le signal valant 1 quand l'onde transmise par le radar rencontre un avion et revient sur le radar. On note z_n^- le signal valant 1 quand l'onde quitte le radar et qu'elle va rencontrer l'avion.*
4. *Représentez sur le même graphique z_n, z_n^+, z_n^-. Commentez le graphique.*

Question 5. *On se place dans le contexte de la question* **??** *où l'avion reste pendant $0.1s$ dans le champ de vision du radar. Le radar émet des motifs répétés et ce motif a été tiré aléatoirement au moment de la construction du radar, il s'agit d'un bruit gaussien centré d'écart-type 1. Le motif correspond à une durée de $0.3s$. Le radar émet un signal échantillonné à la fréquence de $f_e = 1kHz$. Le signal émis est noté e_n. Le signal reçu noté r_n est égale au signal émis retardé de $\tau_1 = \frac{d_1}{c}$ quand le premier avion est positionné sur le chemin, il est retardé de $\tau_2 = \frac{d_2}{c}$ quand le deuxième avion est positionné sur le chemin et $\tau_3 = \frac{d_3}{c}$ quand le troisième avion est sur le chemin. En outre ce signal est perturbé par un bruit blanc gaussien additif b_n d'écart-type σ.*

1. *Écrivez les commandes associés à e_n.*
2. *Écrivez les commandes permettant de générer r_n en fonction de σ.*

3. *Choisissez une valeur de σ et visualisez le graphe de l'intercorrélation de r_n avec e_n.*
4. *Écrivez les commandes permettant de trouver un maximum de la courbe d'intercorrélation.*
5. *Écrivez les commandes permettant d'estimer les valeurs de d_1, d_2, d_3 à partir de e_n et r_n. Vérifiez que ces valeurs coïncident avec les vraies valeurs.*

3 Séance 3

Question 6. *On considère un signal $x(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ sur l'intervalle de temps $[0,T]$ où $T = 5$. Ce signal est échantillonné à la fréquence de $f_e = 10Hz$ en un signal noté y_n. Ce signal est lui-même sur-échantillonné d'un facteur 2 en un signal noté z_n. Ce sur-échantillonnage est réalisé en insérant un zéro entre chaque échantillon puis en appliquant le filtre passe-bas de fonction de transfert $H(z) = \frac{1}{4}(1 + 2z^{-1} + z^{-2})$.*

1. *On note $x_a(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ le signal défini sur $]-\infty, +\infty[$, ce signal a pour transformée de Fourier*
$$\widehat{X}_a(f) = \frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{4}e^{j\frac{\pi}{4}}\delta(f-1) + \frac{1}{4}e^{-j\frac{\pi}{4}}\delta(f+1) \tag{3}$$
Représentez graphiquement le module de $\widehat{X}_a(f)$ sur $[-10, 10]$. Commentez la représentation graphique.
2. *On note $x_b(t) = x_a(t)\mathbf{1}_{[0,T]}(t)$ la restriction sur $[0,T]$ du signal $x(t)$. Ce signal a pour transformée de Fourier*
$$\widehat{X}_b(f) = \frac{1}{2}g(f) + \frac{1}{4}e^{j\frac{\pi}{4}}g(f-1) + \frac{1}{4}e^{-j\frac{\pi}{4}}g(f+1) \tag{4}$$
où $g(f) = \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f}e^{-j\pi f T}$. Représentez graphiquement le module de $\widehat{X}_b(f)$ sur $[-10, 10]$. Commentez la représentation graphique.
3. *On note $y_a[n]$ le signal $x_a(t)$ échantillonné à la fréquence f_e. Donnez les instructions Matlab/Octave permettant de calculer $\left|\widehat{Y}_a(f)\right|$ (le module de sa transformée de Fourier).*
4. *Représentez graphiquement $\left|\widehat{Y}_a(f)\right|$ sur $[-10, 10]$. Commentez la représentation graphique.*
5. *On note $y_b[n]$ le signal $x_b(t)$ échantillonné à la fréquence f_e. Donnez les instructions Matlab/Octave permettant de calculer $\left|\widehat{Y}_b(f)\right|$ (le module de sa transformée de Fourier).*
6. *Représentez graphiquement $\left|\widehat{Y}_b(f)\right|$ sur $[-10, 10]$. Commentez la représentation graphique.*

Question 7. *On considère à nouveau les signaux définis à la question* **??**. *Le signal y_n est lui-même sur-échantillonné d'un facteur 2 en un signal noté z_n. Ce sur-échantillonnage est réalisé en insérant un zéro entre chaque échantillon puis en appliquant le filtre passe-bas de fonction de transfert $H(z) = \frac{1}{4}(1 + 2z^{-1} + z^{-2})$.*

1. *On note $z_a[n]$ le signal obtenu à partir de $y_a[n]$ en insérant un échantillon entre chaque échantillon de $y_a[n]$. Donnez les instructions Matlab/Octave permettant de calculer $z_a[n]$ et le module de sa transformée de Fourier notée $\widehat{Z}_a(f)$.*
2. *Représentez graphiquement $\left|\widehat{Z}_a(f)\right|$ sur $[-10, 10]$. Commentez la représentation graphique.*
3. *On note $z_b[n]$ le signal obtenu à partir de $y_b[n]$ en insérant un échantillon entre chaque échantillon de $y_b[n]$. Donnez les instructions Matlab/Octave permettant de calculer $z_b[n]$ et le module de sa transformée de Fourier notée $\widehat{Z}_b(f)$.*
4. *Représentez graphiquement $\left|\widehat{Z}_b(f)\right|$ sur $[-10, 10]$. Commentez la représentation graphique.*
5. *On note $z_c[n]$ le signal obtenu à partir de $z_a[n]$ en appliquant le filtre de fonction de transfert $H(z)$. Donnez les instructions Matlab/Octave permettant de calculer $z_c[n]$ et le module de sa transformée de Fourier notée $\widehat{Z}_c(f)$.*
6. *Représentez graphiquement $\left|\widehat{Z}_c(f)\right|$ sur $[-10, 10]$. Commentez la représentation graphique.*

7. *On note* $z_d[n]$ *le signal obtenu à partir de* $z_b[n]$ *en appliquant le filtre de fonction de transfert* $H(z)$*. Donnez les instructions Matlab/Octave permettant de calculer* $z_d[n]$ *et le module de sa transformée de Fourier notée* $\widehat{Z}_d(f)$*.*

8. *Représentez graphiquement* $\left|\widehat{Z}_d(f)\right|$ *sur* $[-10, 10]$*. Commentez la représentation graphique.*

9. *On note* $z'_a[n]$ *le signal obtenu à partir de* $x_a(t)$ *après un échantillonnage à la fréquence* $20Hz$*. Donnez les instructions Matlab/Octave permettant de calculer* $z'_a[n]$ *et le module de sa transformée de Fourier notée* $\widehat{Z}'_a(f)$*.*

10. *Représentez graphiquement* $\left|\widehat{Z}'_a(f)\right|$ *sur* $[-10, 10]$*. Commentez la représentation graphique.*

11. *On note* $z'_b[n]$ *le signal obtenu à partir de* $x_b(t)$ *après un échantillonnage à la fréquence* $20Hz$*. Donnez les instructions Matlab/Octave permettant de calculer* $z'_b[n]$ *et le module de sa transformée de Fourier notée* $\widehat{Z}'_b(f)$*.*

12. *Représentez graphiquement* $\left|\widehat{Z}'_b(f)\right|$ *sur* $[-10, 10]$*. Commentez la représentation graphique.*