S1, C1

Séance 1

Cours

① Exemples de signaux

$e^{-\frac{t^2}{a^2}}$ gaussienne.

$H(t) = \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$

$\mathbb{1}_A(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in A \\ 0 & \text{si } t \notin A \end{cases}$

$\Pi(t) = \mathbb{1}_{[-1/2, 1/2]}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$\text{sign}(t) = \mathbb{1}_{]0,+\infty[}(t) - \mathbb{1}_{]-\infty, 0[}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{si } t = 0 \\ -1 & \text{si } t < 0 \end{cases}$

$\sin(2\pi f_0 t)$ périodique de période $\frac{1}{f_0}$.

sinus cardinal, lobes. ← $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$.

② Représentation d'un signal

* Si le signal est que pour $t \geq 0$ alors il vaut 0 pour $t < 0$.

* Tableau de variation

$x'(t) = \frac{d}{dt} x(t) > 0 \Rightarrow x(t) \nearrow$

$x'(t) = \frac{d}{dt} x(t) < 0 \Rightarrow x(t) \searrow$.

Attention, $x(t)$ n'est pas toujours continu

$\lim_{t \to +\infty} x(t) = a \Rightarrow$ asymptote $x = a$. en $+\infty$.

$\lim_{t \to t_0^+} x(t) = +\infty \Rightarrow$ asymptote $t = t_0$ en $+\infty$.

S1, C2

③ Propriété des signaux

signal causal $\Leftrightarrow x(t)=0$ pour $t<0$

Signal pair $\Leftrightarrow x(t)=x(-t)$

$t=0$ est un axe de symétrie.

signal impair $\Leftrightarrow x(t) = -x(-t)$

$t=0, x=0$ est un centre de symétrie.

signal périodique $\Leftrightarrow x(t)=x(t-T)$.

④ Transformation des signaux.

$y(t) = x(t-\tau)$ retard

$y(t) = x(-t)$ Symétrie par rapport à $t=0$

$y(t) = \frac{d}{dt} x(t)$ dérivée

$x(t)$ paire $\Rightarrow y(t)$ impair

$x(t)$ impair $\Rightarrow y(t)$ pair.

$y(t) = \int x(t)\,dt + Cte$ primitive à une constante près

$y(t) = x(\frac{t}{a})$ dilatation.

⑤ Descripteurs

$t^{(max)} = \underset{t}{\operatorname{argmax}}\, x(t)$: instant où le signal est maximal

$x\left(t^{(1/2)}\right) = \frac{1}{2} \max x(t)$ et $t^{(1/2)} > 0$.

$t^{(nul)}$ est pour un sinus cardinal le premier point ~~positif~~ strict où le signal s'annule.

le lobe central est de taille $2t^{(nul)}$

les autres lobes sont de taille $t^{(nul)}$.

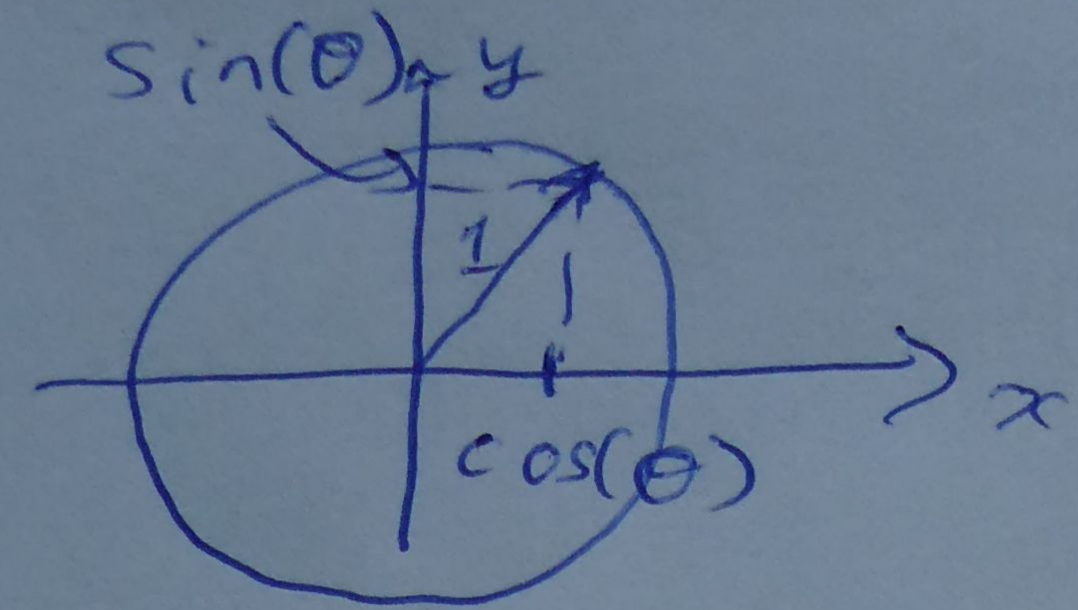
$\max\limits_{x} \operatorname{sinc}(x) = 1 = \operatorname{sinc}(0) = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$.

S1, C3

⑥ Trigonométrie

$\sin(0) = 0 \quad \sin(\pi/6) = \frac{1}{2}, \; \sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \; \sin(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos(0) = 1 \quad \cos(\pi/6) = \frac{\sqrt{3}}{2} \; \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \; \cos(\pi/3) = \frac{1}{2}.$



$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\cos^2\theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\theta)$

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$\frac{d}{dt}\sin(2\pi f_0 t) = 2\pi f_0 \cos(2\pi f_0 t)$

$\frac{d}{dt}\cos(2\pi f_0 t) = -2\pi f_0 \sin(2\pi f_0 t)$.

$\cos(-\theta) = \cos\theta$

$\sin(-\theta) = \sin\theta$