

Introduction au signal et bruit QCM

Gabriel Dauphin

July 10, 2026

Contents

1	Relations entrées-sorties sans effet mémoire et signaux temps continu	2
2	Signaux temps continu, fonction affine par morceaux et notations	5
3	Définition et utilisation de la transformée de Fourier	8
4	Propriété de la transformée de Fourier	10
5	Diracs	13
6	Transformées de Fourier et dérivation	15
7	Équations différentielles	17
8	Filtres et effet mémoire	19
9	Description fréquentielle des filtres	22
10	Signaux périodiques	25
11	Filtres agissant sur des signaux périodiques	27
12	Échantillonnage d'un signal non-périodique	30
13	Modélisation stochastique du bruit	32
14	Autocorrélation et densité spectrale	35
15	Filtrage des processus aléatoires et application au bruit en $1/f$	37
16	Densité de probabilité et application au bruit de grenaille	40

Chapter 1

Relations entrées-sorties sans effet mémoire et signaux temps continu

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

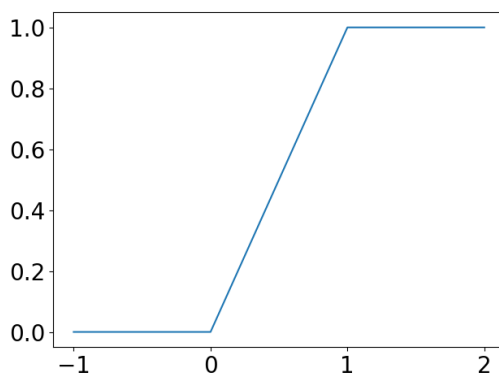


Figure 1.1: Relation $x \mapsto y$ du filtre sans mémoire de la question 1. x est représenté horizontalement. y est représenté verticalement.

Question 1 On considère un filtre sans mémoire dont la relation entrée-sortie est décrite par la figure 1.

- A. Pour chaque valeur de y , il existe une unique valeur de x .
- B. Ce filtre est linéaire.
- C. Pour x proche de 0.5, on a $y = x$.
- D. $0 \leq y \leq 1$.

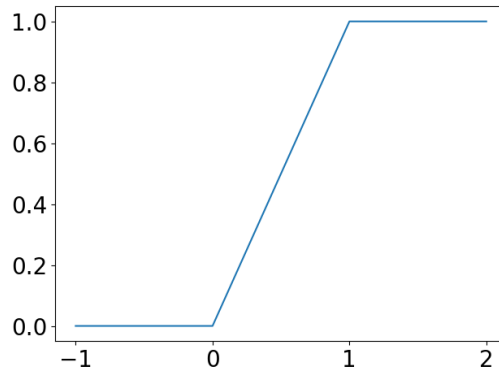


Figure 1.2: Signal temps continu $x(t)$ pour la question 2.

Question 2 On considère un signal temps continu, $x(t)$. L'implémentation utilisée est la suivante :

```
plt,np = sb.debut()
t      = sb.linspace(-1,2,10**3)
x[t<0] = 0
x[(t>=0)&(t<=1)] = x[(t>=0)&(t<=1)]
x[t>1] = 1
plt.close('all')
fig,ax = plt.subplots()
ax.plot(t,x)
plt.tight_layout()
fig.show()
```

Le signal souhaité est décrit par la figure 2.

- A. L'implémentation proposée fonctionne.
- B. t est un vecteur composé d'entiers.
- C. En Python, $x[0]$ a un sens et vaut 0.
- D. La troisième ligne décrit les valeurs de x pour la partie droite du graphe.

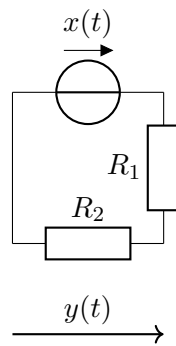


Figure 1.3: Schéma associé à la question 3

Question 3 On considère un filtre décrit par la figure 1.3 et transformant $x(t)$ en $y(t)$.

- A. C'est un filtre sans mémoire.
- B. $y(t) = \frac{R_2}{R_1} x(t)$
- C. La puissance instantanée au sens du cours Signal et Bruit est donné par $\frac{y^2(t)}{R_2}$.
- D. $y(t)$ est en retard de phase avec $x(t)$.

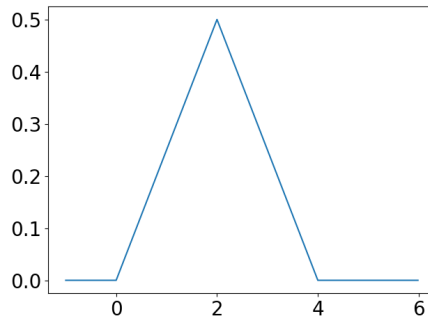


Figure 1.4: Courbe représentative du signal $x(t)$ pour la question 4.

Question 4 Je considère un signal temps continu $x(t)$ décrit par la figure 1.4. Je suppose disposer d'une implémentation qui me fournit un vecteur pour $x(t)$ et un vecteur pour t .

- A. Dans le cadre du cours Signal et bruit, la notation $x(-1)$ a un sens et vaut 0.
- B. En Python, l'expression `x(-1)` a un sens et vaut 1.
- C. En général, l'implémentation fait que l'instruction `len(x)==len(t)` a un sens et est évaluée à vraie en Python.
- D. Quand $t \in [2, 4]$, on a $x(t) = 0.5 - t/4$.

Question 5 On considère un signal temps continu $x(t)$ défini par l'implémentation suivante :

```
t = seb.linspace(-2,4,10**3)
x = np.zeros(shape=(len(t),),dtype=float)
x[t<0] = 0
x[(t>=0)&(t<=3)]=(t-1.5)**2+1
x[t>3] = 0
plt.close('all')
fig,ax = plt.subplots()
ax.plot(t,x)
plt.tight_layout()
fig.show()
```

- A. $x(t)$ est un signal toujours positif.
- B. $x(t)$ est un signal triangulaire.
- C. $x(t)$ est croissant pour $t \in [0, 1]$.
- D. $x(t)$ est minimal en $t = 1.5$.

Chapter 2

Signaux temps continu, fonction affine par morceaux et notations

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On considère un signal $x(t)$ défini par

$$x(t) = \llbracket t \geq 0 \rrbracket(t) - \llbracket t \leq 1 \rrbracket(t) \quad (2.1)$$

- A. $x(t)$ est un signal temps continu.
- B. $x(t)$ peut aussi s'écrire $x(t) = \llbracket t \geq 1 \rrbracket(t) - \llbracket t \leq 0 \rrbracket(t)$
- C. $x(t)$ peut aussi s'écrire $x(t) = \llbracket 0 \leq t \leq 1 \rrbracket(t)$
- D. Une fois le vecteur $\mathbf{t}$, implémenté, on peut implémenter le vecteur $\mathbf{x}$ avec

$$\mathbf{x} = (\mathbf{t} \geq 0) - (\mathbf{t} \leq 1)$$

Indication : `np.array(True)-np.array(True)` n'est pas défini.

Question 2 On considère un signal $x(t)$ et deux autres signaux $y(t)$ et $z(t)$ définis par

$$y(t) = x(t+1) \text{ et } z(t) = x(2t) \quad (2.2)$$

- A. $y(t)$ est en avance par rapport à $x(t)$.
- B. Les signaux $x(t)$ et $z(t)$ ont les mêmes valeurs maximales : $\max_t x(t) = \max_t z(t)$
- C. $z(t)$ s'obtient à partir de $x(t)$ en rétrécissant l'échelle des temps.

- D. Une fois implémenté $\mathbf{t}$ et $\mathbf{x}$, on peut visualiser $\mathbf{y}$ avec

```
fig,ax = plt.subplots()
ax.plot(t+1,x)
```

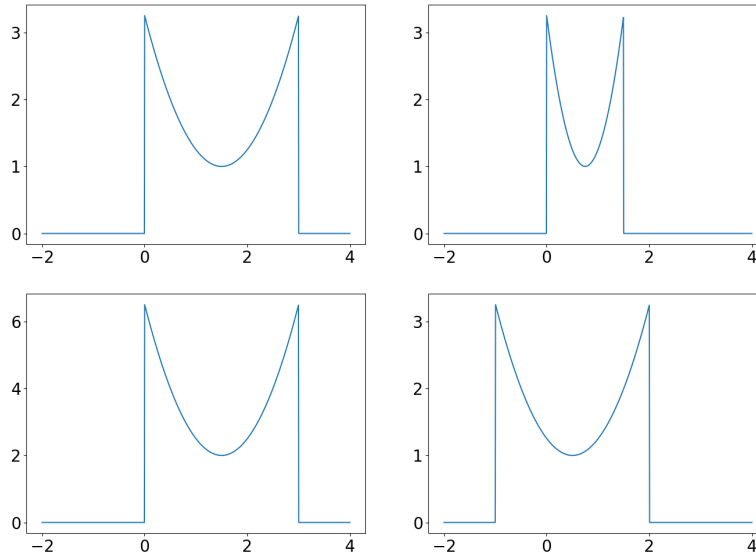


Figure 2.1: Représentations visuelles des signaux $x(t)$ et $y(t)$ en haut puis des signaux $z(t)$ et $u(t)$ en dessous. Question 3.

Question 3 En lisant la deuxième ligne après la première ligne, on appelle les signaux représentés sur la figure 2.1 par $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, $u(t)$.

- A. $y(t)$ semble être obtenu en dilatant l'échelle de temps à partir de $x(t)$.
- B. $z(t)$ semble être obtenu en amplifiant $x(t)$.
- C. $u(t)$ semble être obtenu en retardant $x(t)$.
- D. $x(t)$ semble être obtenu en retardant $u(t)$.

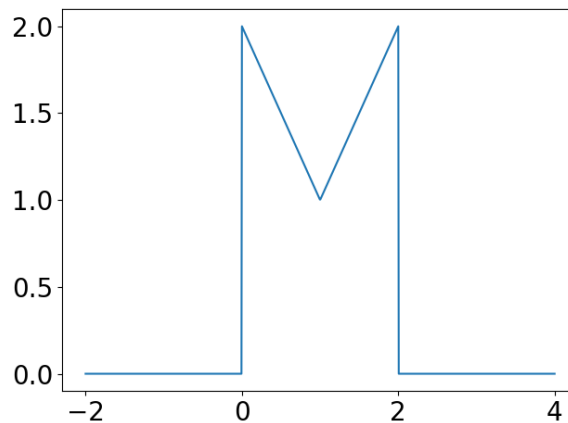


Figure 2.2: Représentation du signal $x(t)$ pour la question 4.

Question 4 On considère le signal $x(t)$ représenté sur la figure 2.2.

- A. $x(t) \leq \mathbb{I}[0 \leq t \leq 2](t)$
- B. $x(t) \geq \mathbb{I}[0 \leq t \leq 2](t)$
- C. $x(t) = 2\Pi((t-1)/2) - \text{Tri}(t-1)$

- D. $x(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 2-t & \text{si } t \in [0, 1] \\ t & \text{si } t \in [1, 2] \\ 0 & \text{si } t > 2 \end{cases}$

Indication : on ne cherche pas ici à vérifier si pour une unique valeur, il se pourrait que l'expression soit fausse.

Question 5 On considère deux signaux $x(t)$ et $y(t)$ définis par

$$x(t) = e^{-t} \llbracket t \geq 0 \rrbracket(t) \text{ et } y(t) = e^t \llbracket t < 0 \rrbracket(t) \quad (2.3)$$

- A. $x(t) \geq 0$ et $y(t) \geq 0$
- B. Si $t \geq 0$ alors $x(t)y(t) = 0$
- C. Le signal $y(t)$ est croissant.
- D. $x(t) + y(t) = e^{-|t|}$

Chapter 3

Définition et utilisation de la transformée de Fourier

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On considère un signal $x(t)$ à valeurs réelles. On note A_x et E_x sa somme et son énergie. On note $\hat{X}(f)$ sa transformée de Fourier.

- A. Il est certain que $A_x \geq 0$.
- B. Il est possible que $E_x \geq 0$.
- C. À partir de la connaissance de la fonction $\hat{X}(f)$, il est possible théoriquement de déterminer la valeur de $x(1)$.
- D. $\hat{X}(0)$ est à valeurs réelles et vérifie $\hat{X}(0) \geq 0$.

Question 2 On considère un signal $x(t)$ à valeurs réelles dont la transformée de Fourier est $\hat{X}(f) = \frac{1}{1+j2\pi f}$.

- A. Il existe un changement de variable permettant de calculer théoriquement

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \hat{X}(f) e^{j2\pi f t} df \quad (3.1)$$

- B. $\hat{X}\left(\frac{1}{2\pi}\right)$ a un module de $\frac{1}{2}$
- C. $\hat{X}\left(\frac{1}{2\pi}\right)$ a un argument de $-\frac{\pi}{4}$
- D. $x\left(\frac{1}{2\pi}\right) = e^{-\frac{1}{2\pi}}$

Question 3 On considère la simulation suivante

```
import numpy as np
import seaborn as seb
t = np.linspace(-1,3,1000)
x = (t>=0).astype(float)+(t<=2).astype(float)
Ax = seb.TF(t,x,0)
Ex = seb.TF(t,x**2,0)
plt,np = seb.debut()
plt.close('all')
fig,ax = plt.subplots()
ax.plot(t,y)
plt.tight_layout()
fig.show()
```

- A. La valeur de A_x simulée est à peu près égale à 2.
- B. Les valeurs de A_x et E_x simulées sont à peu près identiques.
- C. La courbe représentée est décroissante.
- D. La courbe représentée correspond à la transformée de Fourier du signal associé à y .

Question 4 On considère un signal $x(t)$ dont l'argument de la transformée de Fourier est représenté sur la figure 3.1.

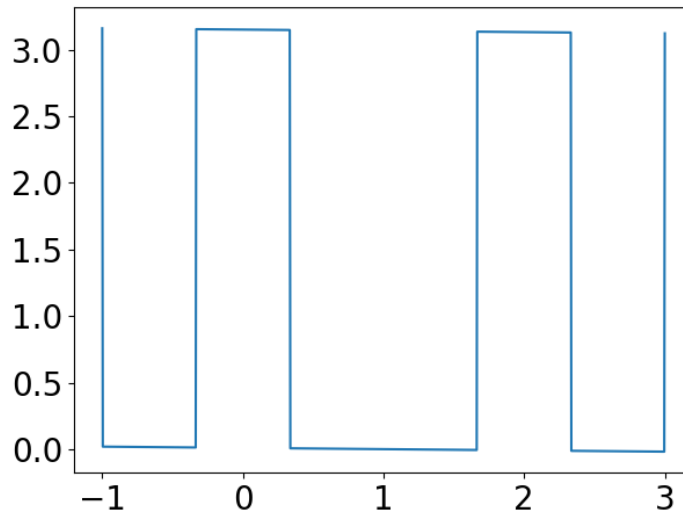


Figure 3.1: Figure de la question 4.

- A. La figure 3.1 correspond à un signal qui pourrait être une porte.
- B. La figure 3.1 correspond à un signal qui pourrait être $x(t) = e^{-t} \mathbb{I}[t \geq 0](t)$.
- C. L'ordonnée de la figure 3.1 est la fréquence.
- D. `angle` est une fonction de `numpy` permettant de calculer l'argument d'un complexe.

Question 5 On considère un signal $x(t) = e^{-t} \mathbb{I}[0 \leq t \leq 1](t)$. On note A_x et E_x sa somme et son énergie. e^{-1} vaut à peu près 0.37. On note $\hat{X}(f)$ la transformée de Fourier de $x(t)$.

- A. $A_x \leq 0.5$
- B. $E_x \leq 0.5$
- C. Le module de $\hat{X}(1)$ est inférieur à $\frac{1}{\sqrt{1+4\pi^2}}$.
- D. L'argument de $\hat{X}(1)$ défini dans $[-\pi, \pi]$ est en fait à valeurs dans $[0, \pi]$.

Chapter 4

Propriété de la transformée de Fourier

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On considère deux signal $x(t)$ et $y(t)$. On note A_x et E_x la somme et l'énergie de $x(t)$ et A_y et E_y la somme et l'énergie de $y(t)$. On note $\hat{X}(f)$ et $\hat{Y}(f)$ les transformées de Fourier de $x(t)$ et $y(t)$.

- A. $|\hat{X}(f)|$ est pair entraîne que $x(t)$ est réel.
- B. $x(t) \geq 0$ entraîne que $\hat{X}(0)$ est réel et $\hat{X}(0) \geq 0$.
- C. $y(t) = x(2t)$ entraîne que $\hat{Y}(f) = 2\hat{X}(f)$
- D. $y(t) = x(t - 1)$ entraîne que $E_y = E_x$

Question 2 On considère trois signaux $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$.

$$x(t) = e^{-t} \mathbb{I}[t \geq 0](t) \quad y(t) = x(2t) \quad \text{et} \quad z(t) = x(t + 1) \quad (4.1)$$

On note respectivement $\hat{X}(f)$, $\hat{Y}(f)$ et $\hat{Z}(f)$ leur transformée de Fourier.

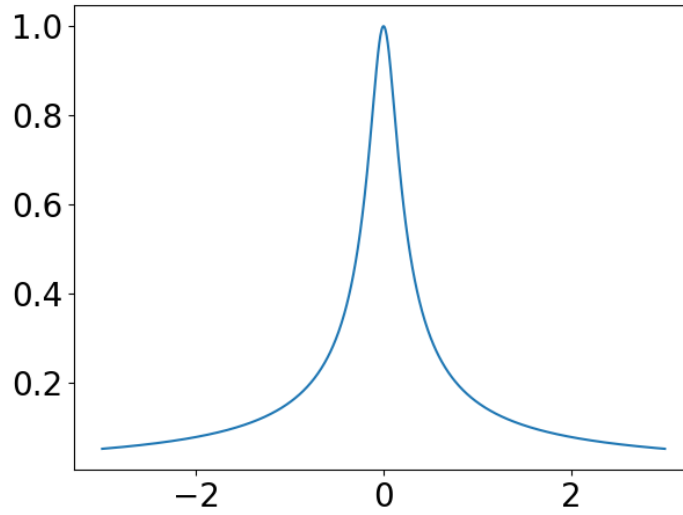


Figure 4.1: Courbe pour la question 2

- A. $\hat{Y}(1) = \frac{2}{1+4j\pi}$
- B. $\hat{X}(1) + \hat{Z}(1) = 0$
- C. La figure 4.1 pourrait être la courbe associée à $|\hat{Y}(f)|$ en fonction de f .
- D. La figure 4.1 pourrait être la courbe associée à $y(t)$ en fonction de t .

Question 3 On considère deux signaux $x(t)$ et $y(t)$. On note respectivement $\hat{X}(f)$ et $\hat{Y}(f)$ leur transformée de Fourier. On note E_y l'énergie de $y(t)$.

$$x(t) = \mathbb{I}[0 \leq t \leq 1](t) \text{ et } \hat{X}(f) = \frac{\sin(\pi f)}{\pi f} e^{-j\pi f} \quad (4.2)$$

Le signal $y(t)$ est décrit par la figure 4.2.

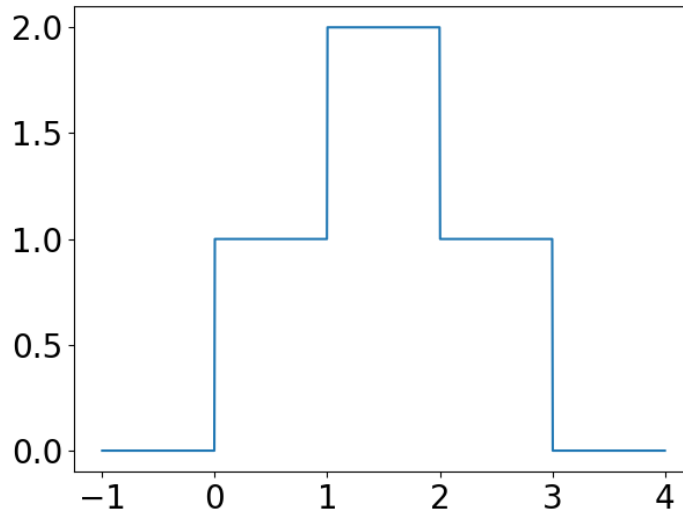


Figure 4.2: Courbe pour la question 3

- A. $y(t) = x(t) + x(t-1) + x(t-2)$ sauf éventuellement pour un nombre fini de valeurs de t .
- B. $y(t) = x(t/3) + x(t-1)$ sauf éventuellement pour un nombre fini de valeurs de t .
- C. $\hat{Y}(1) = 0$

- D. $E_y = 4$

Question 4 On considère le code Python suivant

```
import numpy as np
import seaborn as seb
t = np.linspace(-1,4,1000)
x = np.exp(-t)*(t>=0).astype(float)
A = seb.TF(t,x,1)
plt, np = seb.debut()
plt.close('all')
fig, ax = plt.subplots()
plt.tight_layout()
ax.plot(np.abs(t), x)
fig.show()
```

- A. Quand on représente graphiquement le module de la transformée de Fourier, l'abscisse représente l'échelle de fréquence.
- B. Dans l'implémentation `x[0]` vaut 1.
- C. Dans l'implémentation `A` est un vecteur ou plus exactement il est de type `numpy.ndarray`.
- D. L'implémentation produit un graphique qui est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Question 5 On considère un signal $x(t)$ dont la transformée de Fourier vaut $\hat{X}(f) = \mathbb{I}[-1 \leq f \leq 1](f)$.

- A. $x(t)$ est impair.
- B. $x(1/2) = 0$.
- C. $\hat{X}(1/2) = 0$.
- D. $x(1/4) = \frac{4}{\pi}$

Chapter 5

Diracs

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On note $\delta(t)$ la distribution de Dirac.

- A. $e^{-t}\delta(t) = 1$.
- B. $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t}\delta(t) dt = 1$
- C. $\frac{d}{dt}(e^{-t}\llbracket t \geq 0 \rrbracket) = -e^{-t}\llbracket t \geq 0 \rrbracket$.
- D. $TF[\delta(t)] = 1$

Question 2 On considère un signal $x(t)$ décrit par la figure 5.1. On note $\mathbb{C}(t) = (t + 0.5)\llbracket -0.5 \leq t \leq 0.5 \rrbracket(t)$ On note $\delta(t)$ la distribution de Dirac.

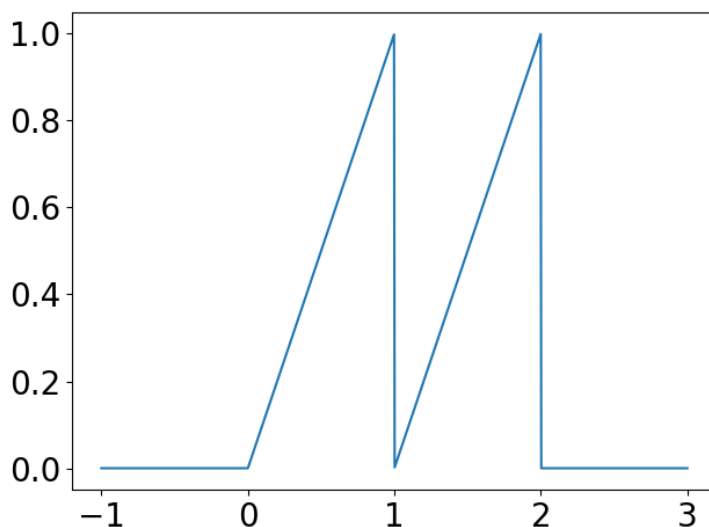


Figure 5.1: Graphe de $x(t)$ associé à la question 2.

- A. $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt = 1$
- B. $\frac{d}{dt}x(t) = 1 - \delta(t - 1) - \delta(t - 2)$
- C. $x(t) = x(t - 1)$ pour $t \in [0, 1[$
- D. $x(t) = \mathbb{C}(t - 0.5) + \mathbb{C}(t - 1.5)$

Question 3 On considère un signal $x(t)$ décrit par l'implémentation suivante en Python

```
import numpy as np
t = np.linspace(-1,4,1000)
x = t*((t>=0)&(t<1)).astype(float)+(t-2)*((t>=1)&(t<2)).astype(float)
```

On note $y(t)$ la dérivée de $x(t)$.

- A. $x(0.5) = 0.5$
- B. $y(1.5) = -1$
- C. $\int_{-\infty}^{+\infty} y(t) dt = 0$
- D. $y(t)$ est impair.

Question 4 On considère un signal $x(t) = \Pi(t) = \llbracket -0.5 \leq t \leq 0.5 \rrbracket$ et $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$ Les transformées de Fourier de $x(t)$ et $y(t)$ sont notées $\hat{X}(f)$ et $\hat{Y}(f)$.

- A. $y(t) = 0$
- B. $\hat{Y}(f) = e^{j\pi f} - e^{-j\pi f}$
- C. $\int_{-\infty}^{+\infty} y(t) dt = 1$
- D. $\int_{-\infty}^0 y(t) dt = 1$

Question 5 On considère un signal $x(t) = \delta(t - 1) + \delta(t + 1) - \Pi(t/2)$ avec $\Pi(t) = \llbracket -0.5 \leq t \leq 0.5 \rrbracket$ et $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$ Les transformées de Fourier de $x(t)$ et $y(t)$ sont notées $\hat{X}(f)$ et $\hat{Y}(f)$. La transformée de Fourier de $\Pi(t)$ est $\frac{\sin(\pi f)}{\pi f}$.

- A. $y(t)$ est pair
- B. $y(0.5) = 0.5$
- C. $x(t) = \frac{d}{dt}y(t)$
- D. $\hat{X}(f) = e^{j2\pi f} + e^{-j2\pi f} - \frac{\sin(2\pi f)}{\pi f}$

Chapter 6

Transformées de Fourier et dérivation

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On considère un signal $x(t)$ solution de l'équation différentielle

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + x(t) = \delta(t) \quad (6.1)$$

On considère $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$ et $z(t) = x(t - 2)$. Les transformées de Fourier de $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ sont notées $\hat{X}(f)$, $\hat{Y}(f)$ et $\hat{Z}(f)$.

- A. $x(t) = \cos(2\pi t)$
- B. $z(t) = x(t)$ pour $t \geq 2$.
- C. $\hat{Y}(f) = \frac{j2\pi f}{1+4\pi^2 f^2}$
- D. $z(t)$ est solution de l'équation différentielle

$$\frac{d^2}{dt^2}z(t) + z(t) = \delta(t - 2) \quad (6.2)$$

Question 2 On considère les signaux $x(t)$ et $y(t) = x(t/2)$. Les transformées de Fourier de $x(t)$ et $y(t)$ sont notées $\hat{X}(f)$ et $\hat{Y}(f)$. Et $\hat{X}(f) = \frac{e^{-j\pi f}}{1+jf}$

- A. $x(t)$ est solution de l'équation différentielle

$$\frac{d}{dt}x(t) + x(t) = \delta(t - 0.5) \quad (6.3)$$

- B. $y(t)$ est solution de l'équation différentielle

$$\frac{1}{\pi} \frac{d}{dt}y(t) + y(t) = 2\delta(t - 1) \quad (6.4)$$

- C. $x(t) = 2\pi e^{-2\pi t} \mathbb{I}[t \geq 0]$
- D. $\int_{-\infty}^{+\infty} y(t) dt = \frac{2}{1+2j}$

$$\frac{d^2}{dt^2} z(t) + z(t) = \delta(t - 2) \quad (6.5)$$

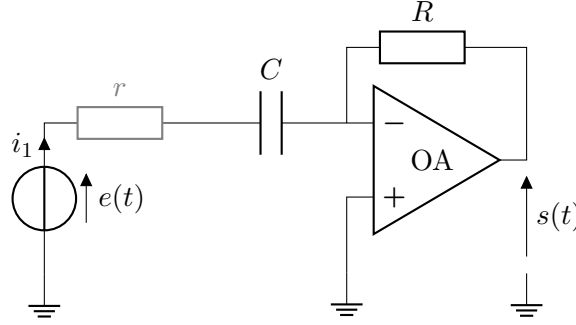


Figure 6.1: montage électronique pour la question 3.

Question 3 On considère les signaux $e(t)$ et $s(t)$ dont la relation est décrite par la figure 6.1. $e(t) = \mathbb{I}[0 \leq t \leq 1](t)$. Les transformées de Fourier de $e(t)$ et $s(t)$ sont notées $\hat{E}(f)$ et $\hat{S}(f)$.

- A. $e(t)$ est solution de l'équation différentielle

$$\frac{d}{dt} e(t) = \delta(t) + \delta(t - 1) \quad (6.6)$$

- B. $s(t)$ est solution de l'équation différentielle

$$rC \frac{d}{dt} s(t) + s(t) = -RC \frac{d}{dt} e(t) \quad (6.7)$$

- C. $\int_{-\infty}^{+\infty} e(t) dt = 1$
- D. $\hat{S}(f) = -\frac{RC(1-e^{-j2\pi f})}{1+jrC2\pi f}$

Question 4 On considère un signal $x(t)$ solution de l'équation différentielle

$$2 \frac{d}{dt} x(t) + x(t) = 2\delta(t) \quad (6.8)$$

On considère $y(t) = x^2(t)$ Les transformées de Fourier de $x(t)$ et $y(t)$ sont notées $\hat{X}(f)$ et $\hat{Y}(f)$.

- A. $\hat{X}(f) = \frac{2}{1+4j\pi f}$
- B. $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt = \frac{1}{2}$
- C. $\hat{Y}(f) = \frac{1}{1+j2\pi f}$
- D. $\int_{-\infty}^{+\infty} y(t) dt = 1$

Question 5 On considère un signal $x(t)$ solution de l'équation différentielle

$$\frac{d}{dt} x(t) + x(t) = \Pi(t) \quad (6.9)$$

On considère $y(t) = \frac{d}{dt} x(t)$ et $z(t)$ solution de l'équation différentielle

$$\frac{d}{dt} z(t) + z(t) = \delta(t) \quad (6.10)$$

- A. $y(t) = z(t + 0.5) - z(t - 0.5)$
- B. $x(t) = \int_{-\infty}^t y(\tau) d\tau$
- C. $\int_{-\infty}^{+\infty} y(t) dt = 1$
- D. $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt = 1$

Chapter 7

Équations différentielles

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On considère un signal $x(t)$ décrit par l'implémentation suivante :

```
import seb
plt,np = seb.debut()
t = np.linspace(-1,3,1000)
x = seb.sol_eq_diff((1,1,1),t)
x_th = 2*np.sqrt(3)/3*np.exp(-t/2)*np.sin(np.sqrt(3)*t/2)*(t>=0).astype(float)
plt.close('all')
fig,ax = plt.subplots()
ax.plot(t,x)
ax.plot(t,x_th)
plt.tight_layout()
fig.show()
```

Dans le graphique, on observe que les deux courbes coïncident.

- A. $x(t)$ est solution de l'équation différentielle

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = 1 \quad (7.1)$$

- B. Il existe quatre complexes z_1, z_2, A, B tels que $x(t) = Ae^{z_1 t} + Be^{z_2 t}$
- C. $x(0) = 1$.
- D. $x'(0) = 1$.

Question 2 On considère un signal $x(t) = e^{-t}\mathbb{I}[t \geq 1](t)$

- A. $x(t)$ est solution de l'équation différentielle

$$\frac{d}{dt}x(t) + x(t) = \delta(t - 1) \quad (7.2)$$

- B. $x(0) = 0$.
- C. $\frac{dx}{dt} = \delta(t - 1) + e^{-t-1} \mathbb{I}[t \geq 1]$.
- D. $x(2) = e^{-2}$.

Question 3 On considère un signal $x(t)$ solution de l'équation différentielle

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = \delta'(t) \quad (7.3)$$

On suppose ici que $x(t)$ peut se mettre sous la forme

$$x(t) = \left(Ae^{z_1 t} + Be^{z_2 t} \right) \mathbb{I}[t \geq 0](t) \quad (7.4)$$

- A. $z_1 + z_2 + 1 = 0$
- B. $A + B + 1 = 0$.
- C. $x(t)$ présente une discontinuité en $t = 0$.
- D. $|z_1| = 1$.

Question 4 On considère un signal $x(t)$ solution de l'équation différentielle

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = \delta(t) \quad (7.5)$$

On note $y(t) = 2x(t - 1) + \frac{d}{dt}x(t)$

- A. $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt = 0$
- B. $y(t)$ est solution de l'équation différentielle $\frac{d^2}{dt^2}x(t) + \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = 2\delta(t - 1) + \delta'(t)$
- C. $\int_{-\infty}^{+\infty} y(t) dt = 2$.
- D. Une implémentation de $y(t)$ en Python est

```
import seb
import numpy as np
t = np.linspace(-1,3,10**4)
x = seb.sol_eq_diff((1,1,1),t)
y = 2*seb.sol_eq_diff((1,1,1),t+1)+seb.deriver(t,x)
```

Question 5 On considère un signal $x(t) = e^{-|t|}$ Sa transformée de Fourier est notée $\hat{X}(f)$.

- A. $\hat{X}(f) = \frac{2}{1+4\pi^2 f^2}$
- B. $x(t)$ est solution de l'équation différentielle $-\frac{d^2}{dt^2}x(t) + x(t) = 2\delta(t)$
- C. $x(t)$ coïncide avec la solution de l'équation différentielle $\frac{d}{dt}x(t) + x(t) = \delta(t)$ sur un certain intervalle.
- D. $\frac{d}{dt}x(t)$ est un signal pair.

Chapter 8

Filtres et effet mémoire

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On considère la relation entrée sortie entre $x(t)$ et $y(t)$ définie par

$$\frac{d}{dt}y(t) + ty(t) = x(t) \quad (8.1)$$

- A. C'est un filtre linéaire temps-invariant.
- B. Quand $x(t) = \delta(t)$ on peut utiliser `seb.sol_eq_diff` pour simuler $y(t)$.
- C. Il existe $h(t)$ tel que $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t - \tau) d\tau$.
- D. $y(t) = e^{-t^2/2}$ est solution de cette équation différentielle quand $x(t) = \delta(t)$.

Question 2 $\Pi(t) = \llbracket -0.5 \leq t \leq 0.5 \rrbracket(t)$ On considère $y(t)$ défini par l'équation différentielle.

$$\frac{d}{dt}y(t) + y(t) = \Pi(t) \quad (8.2)$$

- A. $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau)\Pi(\tau) d\tau$ où $h(t) = e^{-|t|}$.
- B. $y(t) = 0$ pour $t < 0$.
- C. $y(1/2) = 1 - e^{-1}$.
- D. $y(t)$ est croissant entre 0 et 0.5.

Question 3 $\Pi(t) = \llbracket -0.5 \leq t \leq 0.5 \rrbracket(t)$ On considère $y(t)$ défini par l'équation différentielle.

$$\frac{d}{dt}y(t) + y(t) = \Pi(t) \quad (8.3)$$

- A. Une implémentation d'une simulation de $y(t)$ est donnée par

```
t = seb.arange(-1,5,10**4)
h = seb.sol_eq_diff((1,1),t)
y = seb.convolution(t,h,t,fonction_P(t),t)
```

- B. Une implémentation d'une simulation de $y(t)$ est donnée par

```
t = seb.arange(-1,5,10**4)
f = seb.arange(-30,30,10**4)
Y = np.abs(seb.TF(t,((t>=-0.5)&(t<=0.5)).astype(float),f)/(1+2j*np.pi*f))
y = np.real(seb.TFI(f,Y,t))
```

- C. Une implémentation d'une simulation de $y(t)$ est donnée par

```
t = seb.arange(-1,5,10**4)
x = seb.sol_eq_diff((1,1),t-0.5)-seb.sol_eq_diff((1,1),t+0.5)
y = seb.integrer(t,x)
```

- D. Une implémentation d'une simulation de $y(t)$ est donnée par

```
t = seb.arange(-1,5,10**4)
def t2x(t):
    return (1-np.exp(-t))*(t>=0).astype(float)
y = t2x(t+0.5)-t2x(t-0.5)
```

Question 4 On considère un filtre défini par la relation entrée-sortie $x(t), y(t)$.

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) + x(\tau - 1) d\tau \quad (8.4)$$

On note $h(t)$ la réponse impulsionnelle de ce filtre. On note $z(t)$ la sortie associée à $x(t) = e^{-t} \mathbb{I}[t \geq 0]$.

- A. $h(1.5) \leq 2$
- B. $h(t)$ présente des discontinuités.
- C. $z(1.5) \leq 2$
- D. $z(t)$ présente des discontinuités.

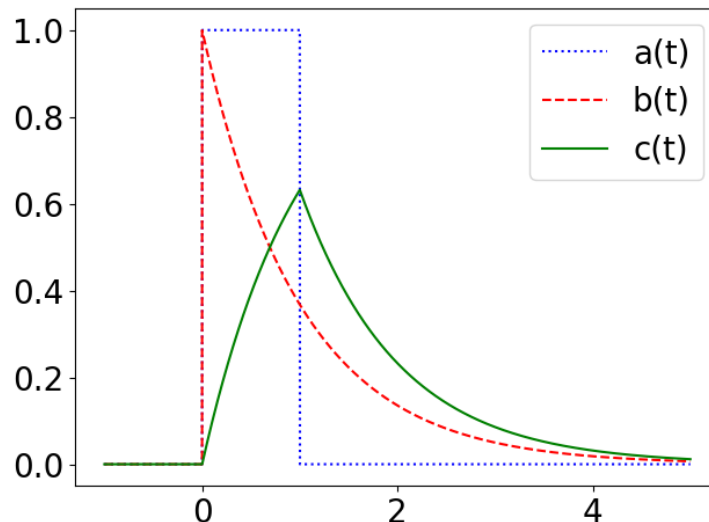


Figure 8.1: Courbes $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$ pour la question 5.

Question 5 On considère un filtre défini par la relation entrée-sortie $x(t), y(t)$. On note $h(t)$ la réponse impulsionnelle de ce filtre. On note $z(t)$ la sortie associée à $x(t) = e^{-t} \llbracket t \geq 0 \rrbracket$. On considère les courbes $a(t), b(t), c(t)$ de la figure 8.1.

- A. $a(t)$ est une réponse impulsionnelle qui transforme l'entrée $b(t)$ en la sortie $c(t)$.
- B. $c(t)$ pourrait être une réponse impulsionnelle.
- C. $c(t)$ pourrait être une entrée qu'une réponse impulsionnelle nulle en dehors de l'intervalle $[0, 2]$ transformerait en $a(t)$.
- D. $b(t)$ pourrait être une réponse impulsionnelle transformant $a(t)$ en $c(t)$.

Chapter 9

Description fréquentielle des filtres

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On considère un filtre défini par la relation entrée-sortie.

$$\frac{d}{dt}y(t) + y(t) = x(t) \quad (9.1)$$

On note sa réponse impulsionnelle $h(t)$ et sa réponse fréquentielle $\hat{H}(f)$.

- A. Ce filtre est un passe-bas.
- B. $|\hat{H}(f)|$ est pair.
- C. La fréquence de coupure est $f_c = 1\text{Hz}$.
- D. $h(t)$ présente une discontinuité.

Question 2 On considère un filtre défini par la relation entrée-sortie.

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + \frac{d}{dt}y(t) + y(t) = x(t) \quad (9.2)$$

On note sa réponse impulsionnelle $h(t)$ et sa réponse fréquentielle $\hat{H}(f)$.

- A. Ce filtre est un passe-bas.
- B. $|\hat{H}(f)|$ est décroissante pour $f \geq \frac{\sqrt{2}}{4\pi}$.
- C. $h(t)$ ne présente pas de discontinuité.
- D. Une implémentation de la simulation de la réponse impulsionnelle est

```

import seb
plt,np = seb.debut()
t = seb.linspace(-1,4,10)
h = seb.sol_eq_diff((1,1,1),t)

```

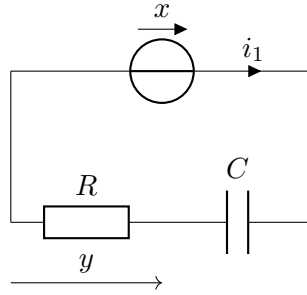


Figure 9.1: Montage électrique utilisée pour la question 3. $R = 100\text{k}\Omega$ et $C = 1\mu\text{F}$.

Question 3 On considère le filtre défini par la relation entrée-sortie $x(t), y(t)$ du montage montré sur la figure 9.1. On note f_c la fréquence de coupure. On note $\hat{H}(f)$ la réponse fréquentielle.

- A. Ce filtre est un passe-bas.
- B. $f_c > \frac{1}{10}\text{Hz}$.
- C. $f_c > 60\text{Hz}$.
- D. $\hat{H}(0) = 1$

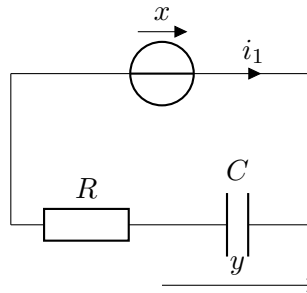


Figure 9.2: Montage électrique utilisée pour la question 4. $R = 10\text{k}\Omega$ et $C = 1\mu\text{F}$.

Question 4 On considère le filtre défini par la relation entrée-sortie $x(t), y(t)$ du montage montré sur la figure 9.2. On note f_c la fréquence de coupure. On note $\hat{H}(f)$ la réponse fréquentielle.

- A. Ce filtre est un passe-bas.
- B. $f_c > 1\text{kHz}$.
- C. Si l'entrée est un échelon ($x(t) = \llbracket t \geq 0 \rrbracket(t)$), l'énergie au sens du cours signal et bruit du signal $y(t)$ est infinie.
- D. Si l'entrée est un échelon ($x(t) = \llbracket t \geq 0 \rrbracket(t)$), l'énergie accumulée dans le condensateur au sens de l'électronique est infinie.

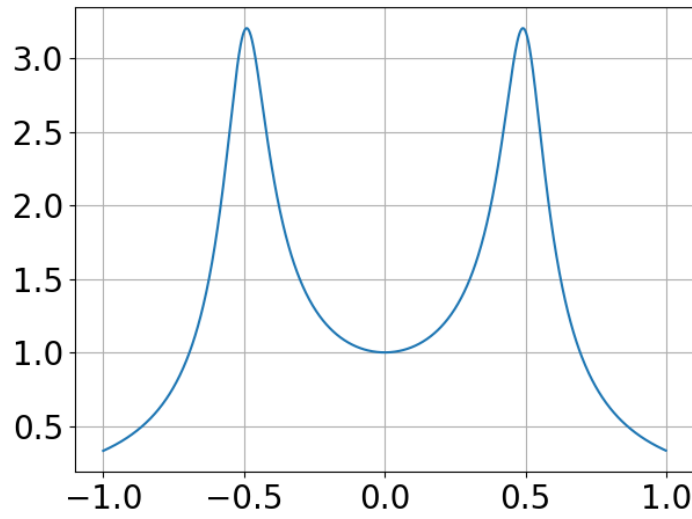


Figure 9.3: Réponse fréquentielle pour la question 5. L'unité est Hz.

Question 5 On considère le filtre défini la réponse fréquentielle $\hat{H}(f)$ représentée sur la figure 9.3. On note f_{c1} et f_{c2} les deux fréquences de coupure et Q le facteur de qualité. On note $\hat{H}(f)$ la réponse fréquentielle.

- A. $Q > 4$.
- B. $f_{c1}f_{c2} \leq 0$.
- C. $f_{c1} + f_{c2} \leq 1$
- D. $f_{c2} < 0.1\text{kHz}$.

Chapter 10

Signaux périodiques

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On considère un signal périodique $x(t)$ de période 1 et qui vaut t pour $t \in [0, 1[$. On considère un autre signal $y(t) = \frac{1}{2}x(2t)$. On note $\hat{Y}(f)$ la transformée de Fourier de $y(t)$.

- A. $\hat{Y}(f)$ a des pics en les fréquences multiples de 2Hz.
- B. $y(t)$ est un signal croissant.
- C. La moyenne de $y(t)$ vaut 0.5.
- D. La puissance de $x(t)$ est inférieur ou égal à 0.5.

Question 2 On considère trois signaux $x(t), y(t), z(t)$ définis par l'implémentation suivante. `fonction_C` implémente $C(t) = (t + 0.5)\mathbb{I}_{[-0.5 \leq t \leq 0.5]}(t)$.

```
import seb
plt,np = seb.debut()
t = np.linspace(-3,3,10**3)
tx = seb.periodiser_ech_t(t,(0,1))
x = seb.fonction_C(tx-0.5)-seb.fonction_C(tx-1.5)
ty = seb.periodiser_ech_t(t,(-1,1))
y = 2*seb.fonction_C(ty/2)-1
z = np.abs(x)
plt.close('all')
fig,ax = plt.subplots()
plt.tight_layout()
ax.plot(t,x,label='b')
ax.plot(t,y,label='g')
ax.plot(t,z,label='r')
fig.show()
```

- A. $x(t) = y(t)$
- B. La moyenne de $x(t)$ vaut 0.5.
- C. La moyenne de $z(t)$ vaut 0.5.
- D. $z(t)$ est un signal pair.

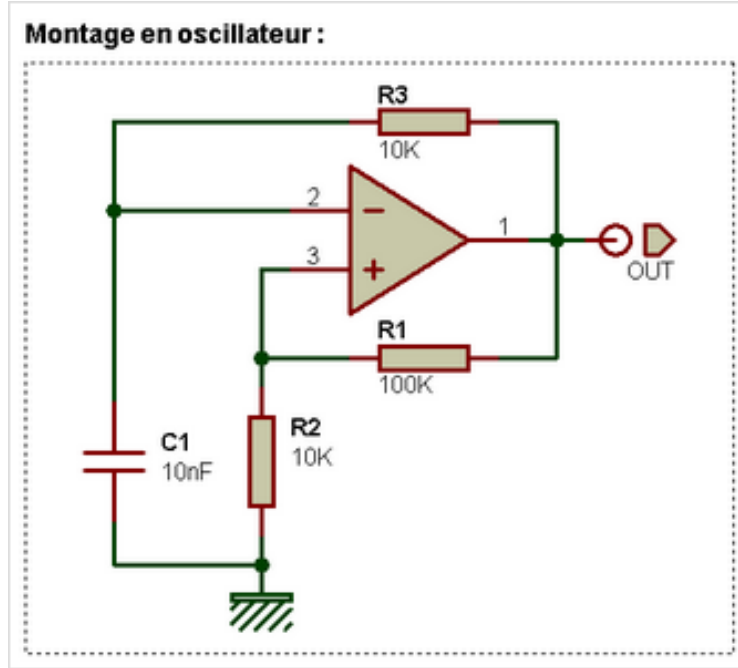


Figure 10.1: Montage électronique relatif à la question 3.

Question 3 On considère le signal $x(t)$ qui est la tension de la sortie de l'amplificateur opérationnel.

- A. La tension sur la borne plus de l'amplificateur opérationnel vaut $\frac{10}{11}x(t)$.
- B. Le signal $x(t)$ est périodique et sa période est égale au temps nécessaire pour que le condensateur se charge.
- C. $V_-(t)$ vérifie

$$R_3 C_1 \frac{d}{dt} V_-(t) + V_-(t) = \frac{d}{dt} x(t) \quad (10.1)$$

- D. $V_-(t)$ est un signal avec des discontinuités.

Question 4 On considère le signal $x(t) = |\cos(t)|$. On note $\hat{X}_k$ les coefficients de la série de Fourier et f_k les fréquences associées à ces coefficients. On note P_x la puissance de ce signal.

- A. $f_1 \geq \frac{1}{6}$.
- B. $\hat{X}_0 \leq \frac{1}{3}$.
- C. $P_x = 0.5$.
- D. $\hat{X}_1 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(t) e^{-2jt} dt - \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \cos(t) e^{-2jt} dt$

Question 5 On considère un signal non-périodique $x(t) = \mathbb{I}[0 \leq t \leq 2]e^{-t}$ et un signal périodique $y(t)$ de période 2 et valant $x(t)$ pour $t \in [0, 2]$. On note $\hat{X}(f)$ la transformée de Fourier de $x(t)$. On note $\hat{Y}_k$ les coefficients de la série de Fourier de $y(t)$.

- A. $\hat{X}(f) = \frac{1}{1+2j\pi f}$.
- B. $\hat{Y}_1 = \frac{1}{2}\hat{X}(0.5)$.
- C. $\hat{Y}_0$ est réel et vérifie $\hat{Y}_0 \leq 0.5$.
- D. $\hat{Y}_1 = \frac{1}{2} \int_0^2 e^{-t} e^{-j\pi t} dt$

Chapter 11

Filtres agissant sur des signaux périodiques

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

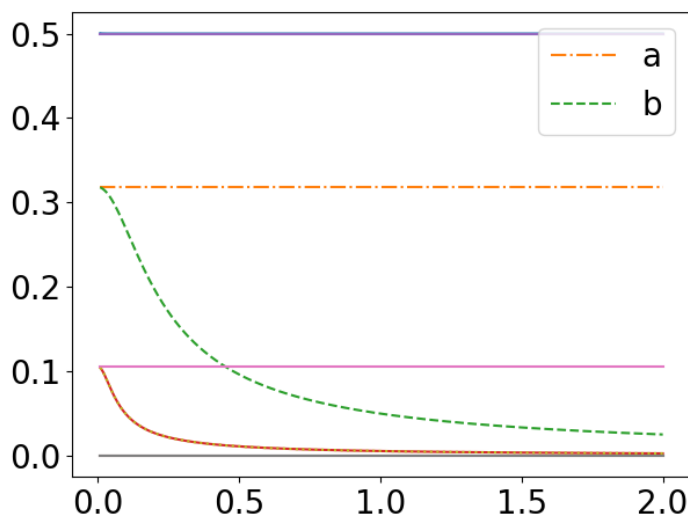


Figure 11.1: Graphique relatif à la question 1.

Question 1 On considère le signal $x(t)$ périodique de période 1 et qui alterne entre 0 et 1, c'est-à-dire $x(t) = \llbracket 0 \leq t \leq 0.5 \rrbracket(t)$ pour $t \in [0, 1]$. On considère un filtre de réponse impulsionnelle $h(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \llbracket t \geq 0 \rrbracket(t)$. On place $x(t)$ en entrée de ce filtre et on note $y(t)$ la sortie. On note $\hat{X}_k$ et $\hat{Y}_k$ les coefficients de la série de Fourier. La figure 11.1 montre l'évolution de $|\hat{X}_0|, |\hat{X}_1|, |\hat{X}_2|$ et $|\hat{Y}_0|, |\hat{Y}_1|, |\hat{Y}_2|$ en fonction de τ .

- A. La courbe a correspond $|\hat{Y}_0|$.
- B. La courbe b correspond $|\hat{Y}_1|$.

- C. $\hat{Y}_2 = 0$ pour tout τ .
- C. $\hat{Y}_3 = 0$ pour tout τ .

Question 2 On considère un signal $x(t)$ quelconque périodique de période T . On considère un filtre de réponse impulsionnelle $h(t) = \llbracket 0 \leq t < 1 \rrbracket(t)$. On place $x(t)$ en entrée de ce filtre et on note $y(t)$ la sortie. On note $\hat{X}_k$ et $\hat{Y}_k$ les coefficients de la série de Fourier de $x(t)$ et $y(t)$.

- A. Le filtre est un passe-bande.
- B. Si $T = 1$, alors $y(t)$ est un signal constant.
- C. Si $T = 2$, alors $\hat{Y}_k$ est imaginaire pur pour $k \neq 0$.
- D. $\hat{Y}_0 = \hat{X}_0$.

Indication : $TF[\Pi(t)] = \frac{\sin(\pi f)}{\pi f}$ où $\Pi(t) = \llbracket -0.5 \leq t \leq 0.5 \rrbracket(t)$.

Question 3 On considère un signal $x(t) = \sin(t)\llbracket t \geq 0 \rrbracket(t)$. On considère un filtre de réponse impulsionnelle $h(t) = e^{-t}\llbracket 0 \leq t \rrbracket(t)$. On place $x(t)$ en entrée de ce filtre et on note $y(t)$ la sortie. On note $z(t)$ la sortie de ce filtre quand l'entrée est $\sin(t)$.

- A. $y(t)$ est périodique de période 2π .
- B. La moyenne de $z(t)$ est nulle.
- C. Pour calculer la puissance de $z(t)$ on place en entrée le signal $\sin^2(t)$ et on calcule la moyenne de la sortie du filtre.
- D. $y(t) - z(t)$ est appelée la réponse forcée.

Question 4 On considère un signal $x(t) = \llbracket 0 \leq t \leq 1 \rrbracket(t)$ dont la transformée de Fourier est notée $\hat{X}(f)$. On note $y(t)$ et $z(t)$ les signaux obtenus en périodisant $x(t)$ avec respectivement $T = 2$ et $T = 3$. On considère un filtre de réponse fréquentielle $\hat{H}(f) = \llbracket -0.75 \leq f \leq 0.75 \rrbracket(f)$. On place successivement $y(t)$ puis $z(t)$ en entrée de ce filtre, les sorties sont notées $y'(t)$ et $z'(t)$. Et leur transformées de Fourier sont notées $\hat{Y}'(f)$ et $\hat{Z}'(f)$. Les coefficients de la série de Fourier de $y'(t)$ et $z'(t)$ sont notés $\hat{Y}'_k$ et $\hat{Z}'_k$.

- A. $\hat{Y}'(f)$ est la somme de trois Diracs.
- B. $y'(t)$ est la somme d'une constante et d'un signal sinusoïdal.
- C. $\hat{Z}'(f)$ est la somme de trois Diracs.
- D. $|\hat{Z}'_1| = \frac{1}{\pi} \sin(\pi/3)$.

Indication : $TF[\Pi(t)] = \frac{\sin(\pi f)}{\pi f}$ où $\Pi(t) = \llbracket -0.5 \leq t \leq 0.5 \rrbracket(t)$.

Question 5 On considère les signaux $x(t), y(t), z(t)$ les signaux décrits par l'implémentation suivante.

```
import seaborn as seb
plt, np = seb.debut()
k = seb.arange(-10, 10, 1)
Xk = np.zeros(shape=(len(k),), dtype=complex)
Xk[k!=0] = 1/np.abs(k[k!=0]); Xk[k==0] = 1
t = seb.linspace(-20, 20, 10**4)
ty = seb.arange(-3, 3, t[1]-t[0])
x = np.zeros(shape=(len(t),), dtype=float)
for k_ in range(len(k)):
    x += np.real(Xk[k_]*np.exp(1j*2*np.pi*k[k_]/2*t))
```

```

h = (t>=0)*np.exp(-t)
y = seb.convolution(t,x,t,h,ty)
Hk = 1/(1j*2*np.pi*k/2+1)
Zk = Hk*Xk
z = np.zeros(shape=(len(ty),),dtype=float)
for k_ in range(len(k)):
    z += np.real(Zk[k_]*np.exp(1j*2*np.pi*k[k_]/2*ty))

plt.close('all')
fig,ax = plt.subplots()
plt.tight_layout()
ax.plot(ty,y)
ax.plot(ty,z)
fig.show()

```

- A. $x(t)$ est périodique de période 1.
- B. $y(t)$ et $z(t)$ sont les sorties d'un même filtre dont l'entrée commune est $x(t)$.
- C. La réponse fréquentielle du filtre transformant $x(t)$ en $y(t)$ est $\frac{\sin(\pi f)}{\pi f} e^{-j\pi f}$
- D. Visuellement $y(t)$ et $z(t)$ sont très proches.

Indication : $TF[\Pi(t)] = \frac{\sin(\pi f)}{\pi f}$ où $\Pi(t) = \llbracket -0.5 \leq t \leq 0.5 \rrbracket(t)$.

Chapter 12

Échantillonnage d'un signal non-périodique

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On considère un signal $x(t) = e^{-t}\mathbb{I}[t \geq 0](t)$ et y_n le signal temps discret obtenu en échantillonnage $x(t)$.

- A. $y_0 = 1$
- B. $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_n = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt$
- C. Le critère de Shannon-Nyquist s'il est vérifié permet de retrouver par exemple la valeur de $x(0.5)$ à partir de quelques valeurs de y_n bien choisies.
- D. L'outil pour calculer la transformée de Fourier de y_n est la transformée de Fourier à temps discret.

Question 2 On considère deux $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \sin(t)\mathbb{I}[0 \leq t \leq 1](t)$. On note a_n et b_n les échantillonnages de $x(t)$ et $y(t)$ avec la fréquence d'échantillonnage f_e .

- A. Le critère de Shannon Nyquist vis-à-vis de a_n et $x(t)$ requière que $f_e > 2\text{Hz}$.
- B. Le critère de Shannon Nyquist vis-à-vis de b_n et $y(t)$ requière que $f_e > 2\text{Hz}$.
- C. Dans le cas où $nT_e = 1$, il ne faut pas considérer $b_n = \sin(nT_e)$ mais $b_n = \sin(nT_e)/2$.
- D. Lorsque le critère de Shannon-Nyquist est vérifié, $\hat{Y}(1) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n e^{-j2\pi n T_e}$.

Question 3 On considère un signal temps discret défini par $y_0 = 0.5$ et $y_n = e^{-n}$ pour $n > 0$.

- A. y_n peut être vu comme l'échantillonnage de $x(t) = e^{-t}\mathbb{I}[t \geq 0](t)$.
- B. La transformée de Fourier de y_n en la fréquence nulle est $\frac{1}{1-e^{-1}}$.

- C. Quand on visualise la transformée de Fourier de y_n , on observe une succession de raies.
- D. La transformée de Fourier de y_n est périodique.

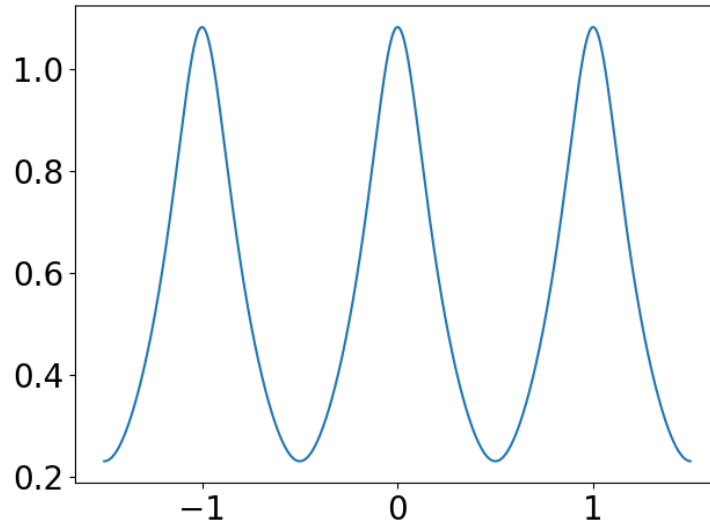


Figure 12.1: Figure associée à la question 4.

Question 4 On considère un signal dont le module de la transformée de Fourier est représentée sur la figure 12.1.

- A. Le signal considéré est temps continu.
- B. La fréquence d'échantillonnage considérée est $f_e \geq 0.6\text{Hz}$.
- C. La représentation utilisée est une représentation centrée.
- D. À partir du seul graphe de la figure 12.1, il est possible graphiquement de retrouver le signal.

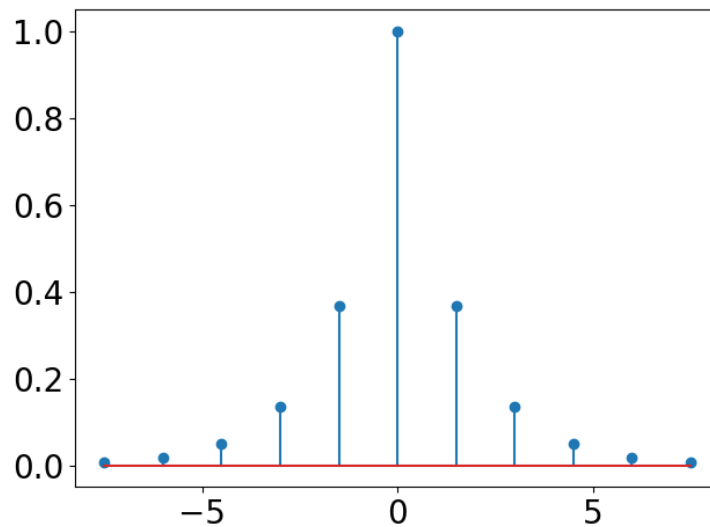


Figure 12.2: Figure associée à la question 5.

Question 5 On considère un signal dont le module de la transformée de Fourier est représentée sur la figure 12.1.

- A. Le signal considéré est temps continu.
- B. La période du signal vérifie $T \geq 1\text{s}$.
- C. La représentation utilisée est une représentation centrée.
- D. À partir du seul graphe de la figure 12.1, il est possible graphiquement de retrouver le signal.

Chapter 13

Modélisation stochastique du bruit

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On considère deux variables aléatoires $\tilde{X}$ et $\tilde{Y} = \tilde{X}^2$. La densité de probabilité de $\tilde{X}$ est $f_X(x) = 2x\mathbb{I}[0 \leq x \leq 1](x)$.

- A. $E[\tilde{X}] = \frac{2}{3}$
- B. $E[\tilde{Y}] = \frac{1}{2}$
- C. $Var[\tilde{Y}] = \int_0^1 2x \left(x^2 - E[\tilde{Y}] \right)^2 dx$
- D. $\tilde{X}$ et $\tilde{Y}$ sont indépendantes.

Question 2 On considère une variable aléatoire $\tilde{X}$ implémentée avec le code suivant.

```
import numpy.random as rn
import seb
plt,np = seb.debut()
X = rn.normal(1,2,10**4)
x = np.linspace(-30,50,10**4)
fx = seb.gaussian(x=x,mu=1,sigma=2)
a = np.sum(X)/len(X)
b = np.sum(X>=0)/len(X)
c = np.real(seb.TF(x,fx,0))
d = np.real(seb.TF(x,x*fx,0))
print(f"{a:.3g} {b:.3g} {c:.3g} {d:.3g}")
```

- A. a implémente $E[\bar{X}]$.
- B. b implémente $P[\bar{X} \geq 0]$.
- C. c vaut à peu près 1.
- D. d vaut à peu près 2.

Question 3 On considère trois variables aléatoires $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ implémentées avec le code suivant.

```
import numpy.random as rn
import seb
plt,np = seb.debut()
X = rn.uniform(0,1,10**5)
Y = rn.uniform(0,1,10**5)
Z = X+Y
a = np.sum((X-0.5)*(Y-0.5))/len(X)
b = 12*a
c = np.sum(Z)/len(Z)
d = np.sum(X*Z)/len(X)
print(f"{a:.3g} {b:.3g} {c:.3g} {d:.3g}")
```

- A. a vaut à peu près 0.
- B. b implémente la corrélation de $\bar{X}$ et $\bar{Y}$.
- C. c vaut à peu près 1.
- D. d vaut à peu près 1.

Question 4 On considère deux variables aléatoires $\bar{X}, \bar{Y}$ implémentées avec le code suivant qui détermine aussi les valeurs de a,b,c,d.

```
import numpy.random as rn
import seb
plt,np = seb.debut()
X = rn.uniform(0,1,10**5)
Y = rn.uniform(0,1,10**5)
a = np.sum((X+Y>=1).astype(float))/np.sum(X>=0.5)
b = np.sum(((X+Y>=1)&(Y>=X)).astype(float))/len(X)
c = np.sum(((X>=0.5)&(Y>=0.5)).astype(float))/len(X)
d = np.sum(((X+Y>=1)).astype(float))/len(X)
print(f"{a:.3g} {b:.3g} {c:.3g} {d:.3g}")
```

- A. a vaut à peu près $P\left(\bar{X} + \bar{Y} \geq 1 | \bar{X} \geq 0.5\right)$.
- B. b vaut à peu près $P\left(\bar{X} + \bar{Y} \geq 1 | \bar{Y} \geq \bar{X}\right)$.
- C. c vaut à peu près 0.5.
- D. d vaut à peu près $\int_0^1 \left(\int_{1-y}^1 dx\right) dy$.

Question 5 On considère un bruit blanc centré d'écart-type 1 noté $\bar{B}_n$. À partir de celui-ci, on calcule les valeurs de a,b,c,d.

```

import numpy.random as rn
import seaborn as seb
plt, np = seb.debut()
Bn = rn.uniform(0,1,10**5)
Xn = Bn[1:]+Bn[:-1]
a = np.sum(Bn)/len(Bn)
b = np.sum(Xn[1:]*Xn[:-1])/len(Xn[1:])
c,d = 0,0
K = 10**4
for _ in range(K):
    Bn = rn.uniform(0,1,10**5)
    Xn = Bn[1:]+Bn[:-1]
    c += Xn[1]/K
    d += Xn[1]*Xn[2]/K

print(f"{a:.3g} {b:.3g} {c:.3g} {d:.3g}")

```

- A. a est la moyenne observée sur un tirage aléatoire du processus aléatoire $\vec{B}_n$.
- B. b est approximativement égal à d .
- C. c vaut à peu près 0.5.
- D. d vaut à peu près 0.5.

Chapter 14

Autocorrélation et densité spectrale

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

Question 1 On considère quatre processus aléatoires $\overset{r}{D}_n, \overset{r}{C}(t), \overset{r}{B}_n, \overset{r}{X}_n, \overset{r}{Y}_n$

- $\overset{r}{D}_n$ est un processus aléatoire blanc où à chaque instant, ce sont les valeurs d'un dé à 6 faces équiprobable qui sont tirées.
- $\overset{r}{C}(t) = \overset{r}{A} \cos(t)$ où $\overset{r}{A}$ est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme à valeurs dans $[0, 1]$.
- $\overset{r}{B}_n$ est un processus aléatoire centré et d'écart-type 1 où à chaque instant $\overset{r}{B}_n$ suit une gaussienne.
- $\overset{r}{X}_n = \overset{r}{B}_n + \overset{r}{B}_{n-1}$
- $\overset{r}{Y}_n = \overset{r}{X}_n + \overset{r}{X}_{n-1}$

On cherche à calculer les puissances de ces différents processus aléatoires qui sont notés P_D, P_C, P_X, P_Y .

- A. $P_D = \frac{(1+2+3+4+5+6)^2}{6}$
- B. $P_C = \frac{1}{24}$.
- C. $P_X = 2$
- D. $P_Y = 6$

Question 2 On considère quatre processus aléatoires $\overset{r}{D}_n, \overset{r}{C}(t), \overset{r}{B}_n, \overset{r}{X}_n, \overset{r}{Y}_n$

- $\overset{r}{D}_n$ est un processus aléatoire blanc où à chaque instant, ce sont les valeurs d'un dé à 6 faces équiprobable qui sont tirées.

- $\overset{r}{C}(t) = \overset{r}{A} \cos(t)$ où $\overset{r}{A}$ est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme à valeurs dans $[0, 1]$.
- $\overset{r}{B}_n$ est un processus aléatoire centré et d'écart-type 1 où à chaque instant $\overset{r}{B}_n$ suit une gaussienne.
- $\overset{r}{X}_n = \overset{r}{B}_n + \overset{r}{B}_{n-1}$
- $\overset{r}{Y}_n = \overset{r}{X}_n + \overset{r}{X}_{n-1}$

On cherche à calculer les autocorrélations de ces différents processus aléatoires qui sont notés $R_D[k]$, $R_C(t)$, $R_X[k]$, $R_Y[k]$.

- A. $R_D[k]$ est constant.
- B. $R_C(t) = \frac{1}{2} \cos(t)$.
- C. $R_X[2] = 0$
- D. $R_Y[2] = 1$

Question 3 On considère un processus aléatoires $\overset{r}{X}$. Sa densité spectrale est $S_X(f) = (1 - |f|) \mathbb{I}[-1 \leq f \leq 1](f)$.

- A. $\overset{r}{X}$ est un bruit blanc.
- B. $\overset{r}{X}$ est un processus aléatoire à temps continu.
- C. La période d'échantillonnage de R_X est 0.5
- D. La puissance du processus aléatoire est 1.

Question 4 On considère un processus aléatoires blanc gaussien centré et d'écart-type 1, $\overset{r}{B}_n$. On définit $\overset{r}{X}_n = 0.5\overset{r}{X}_{n-1} + \overset{r}{B}_n$. On note $R_X[k]$ son autocorrélation et $S_X(f)$ sa densité spectrale.

- A. $R_X[0] = 4/3$.
- B. $R_X[k] = 0.5R_X[k-1]$ pour tout k entiers relatifs.
- C. $S_X(0) = \frac{4}{3} \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2^{|k|}} \right)$
- D. $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2^{|k|}} = 2$

Question 5 On considère un capteur de température placé à l'extérieur et faisant 24 mesures par jour aux horaires suivants 00h10, 01h10, 02h10, etc... On modélise les valeurs mesurées comme étant un processus aléatoire $\overset{r}{X}_n$ qui est la somme d'une sinusoïde et d'un bruit blanc centré gaussien. On note $R_X[k]$ son autocorrélation et $S_X(f)$ sa densité spectrale.

- A. La période d'échantillonnage en secondes est 600.
- B. $R_X[k]$ est nulle sauf en $k = 0$.
- C. $R_X[0]$ s'interprète comme la puissance de $\overset{r}{X}_n$.
- D. $S_X(f)$ est périodique.

Chapter 15

Filtrage des processus aléatoires et application au bruit en $1/f$

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

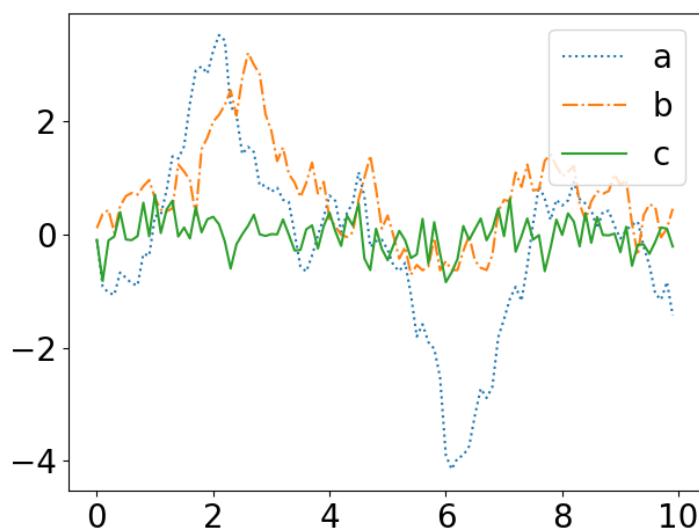


Figure 15.1: Graphique relatif à la question 1.

Question 1 On considère un processus aléatoire $\vec{X}(t), \vec{Y}(t), \vec{Z}(t)$ représenté sur la figure 15.1.

- A. La courbe a correspond probablement à un bruit blanc.

- B. Les courbes a et b sont obtenues avec des données aléatoires indépendantes.
- C. La simulation est obtenue avec une fréquence d'échantillonnage de l'ordre de 10Hz.
- D. Les autocorrélations de b et c pourraient être identiques.

Question 2 On considère deux processus aléatoires $\overset{r}{X}(t), \overset{r}{Y}(t)$ implémenté par le code suivant, qui simulent aussi c, d.

```
import numpy.random as nr
import seb
T = 10
plt, np = seb.debut()
Bx = nr.normal(0,1,10**3)
tx = seb.arange(0, len(Bx)*0.01, 0.01)
By = nr.normal(0,1,10**2)
ty = seb.arange(0, len(By)*0.1, 0.1)
t1 = seb.arange(0, 1, 0.01)
X = seb.convolution(tx, Bx, t1, np.exp(-t1)*0.1, tx)/0.01
t2 = seb.arange(0, 1, 0.1)
Y = seb.convolution(ty, By, t2, np.exp(-t2)*np.sqrt(0.1), ty)/0.1
c = np.sum(X[10:]*X[:-10])*0.01/T
d = np.sum(Y[1:]*Y[:-1])*0.1/T
print(f"{c=:.3g} {d=:.3g}")
plt.close('all')
fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(tx, X, ls=':', label='a')
ax.plot(ty, Y, ls='-.', label='b')
plt.tight_layout()
plt.legend()
fig.show()
```

- A. La courbe a est obtenue avec une période d'échantillonnage de 0.01s.
- B. La courbe b sont obtenues avec une période d'échantillonnage de 0.01s.
- C. c implémente le calcul de l'autocorrélation en $t = 0.1$ s.
- D. d vaut approximativement $0.5e^{-0.1}$.

Indication : $x(t) = e^{-t}\mathbb{I}[t \geq 0] \Rightarrow R_x(t) = \frac{1}{2}e^{-|t|}$.

Question 3 On considère un filtre de réponse impulsionnelle $h(t) = e^{-t}\mathbb{I}[t \geq 1](t)$. On note P_h , $R_h(t)$ et $S_h(t)$, sa puissance, son autocorrélation et sa densité spectrale.

- A. $P_h = \frac{1}{2}$
- B. $R_h(1) = \frac{e^{-3}}{2}$.
- C. $S_h(1) = \frac{e^{-1}}{1+4\pi^2}$
- D. $S_h(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_h(t)e^{-j2\pi ft} dt$

Question 4 On considère un processus aléatoire $\overset{r}{X}(t)$ utilisant un filtre de réponse fréquentielle $\hat{H}(f) = \frac{1}{1+j2\pi f}$. $\overset{r}{X}(t)$ est défini par le code suivant, et dans ce code on simule aussi a, b, c.

```

import numpy.random as nr
import seb
plt,np = seb.debut()
K = 1000
a = 0
for _ in range(K):
    Bx = nr.normal(0,1,10**4)
    tx = seb.arange(0,len(Bx)*0.01,0.01)
    T = tx[-1]
    t1 = seb.arange(0,10,0.01)
    X = seb.convolution(tx,Bx,t1,np.exp(-t1)*0.1,tx)/0.01
    a += np.abs(seb.TF(tx,X,1))**2/T/K

f = seb.linspace(-10**3,10**3,10**5)
H = 1/(1+2j*np.pi*f)
t = seb.linspace(-100,100,10**4)
h = seb.TFI(f,H,t)
Rh= seb.correlation(t,h,t,h,t)
b = seb.TF(t,Rh,1)
c = 0
for _ in range(K):
    By = nr.normal(0,1,10**5)
    ty = seb.arange(0,len(By)*0.02,0.02)
    T = ty[-1]
    t2 = seb.arange(0,100,0.02)
    Y = seb.convolution(ty,By,t2,np.exp(-t2)*np.sqrt(0.02),ty)/0.02
    c += np.abs(seb.TF(ty,Y,1))**2/T/K

```

- A. $\overset{r}{X}(t)$ est obtenu en filtrant un bruit blanc avec la relation entrée-sortie définie par $\frac{d}{dt}y(t) + y(t) = x(t)$.
- B. a est obtenu en moyennant la transformée de Fourier en $f = 1$ pour plusieurs trajectoires de $\overset{r}{X}(t)$.
- C. b est obtenu en calculant la transformée de Fourier inverse de $\hat{H}(f)$ puis en calculant l'autocorrélation puis la transformée de Fourier.
- D. c est obtenu en moyennant la transformée de Fourier en $f = 2$ pour plusieurs trajectoires de $\overset{r}{X}(t)$.

Question 5 On considère deux filtres et leurs réponses impulsionnelles $h_1(t) = e^{-t}\mathbb{I}[t \geq 0](t)$ et $h_2(t) = t\mathbb{I}[0 \leq t \leq 2](t)$. On note $R_{h_1}(t)$ et $R_{h_2}(t)$ leurs autocorrélations.

- A. $R_{h_1}(0) = 0.5$
- B. $R_{h_1}(1) = \frac{1}{2e}$
- C. $R_{h_2}(0) = 1$
- D. $R_{h_2}(1) = 0.5$

Chapter 16

Densité de probabilité et application au bruit de grenaille

Questionnaire à choix multiples de traitement numérique du signal

Pour chaque question il y a une ou plusieurs affirmations vraies, il faut indiquer TOUTES les affirmations vraies, il est cependant possible d'avoir la moitié des points en indiquant une affirmation vraie lorsque au moins deux affirmations sont vraies ou d'indiquer deux affirmations vraies lorsque au moins trois affirmations sont vraies, il est aussi possible d'avoir le quart des points lorsqu'une affirmation vraie a été indiquée comme telle. Chaque question compte pour 4 points.

Mettre des **croix** dans les cases qui vous semblent **vraies**.

	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					

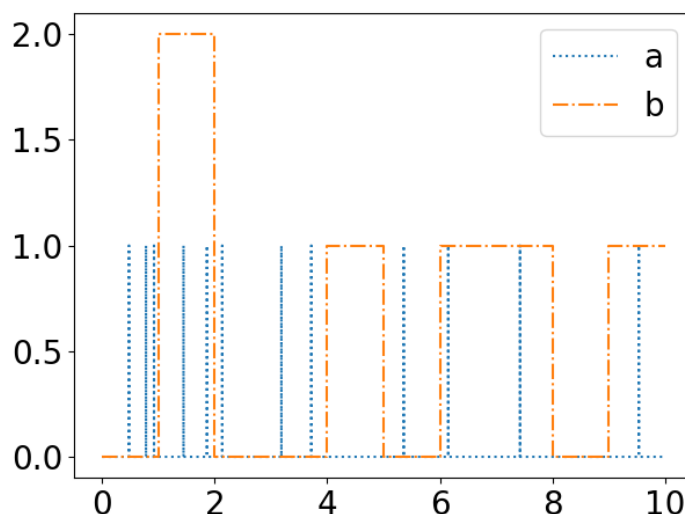


Figure 16.1: Trajectoires de deux processus aléatoires pour la question 1.

Question 1 On considère deux processus aléatoires $\tilde{X}(t)$ et $\tilde{Y}(t)$ représentés par les courbes a et b de la figure 16.1.

- A. À chaque instant, $\tilde{X}(t)$ est une variable aléatoire à valeurs entières.
- B. Entre deux modifications de valeurs de $\tilde{X}(t)$, il y a une durée qui est multiple d'une constante.

- C. Dans cet exemple la surface de la courbe **a** est à peu près la moitié du nombre de pics de la courbe **b**.
- D. La courbe **b** peut se voir comme un processus aléatoire défini au moyen d'une forme qui ici est une fonction constante sur un intervalle de temps.

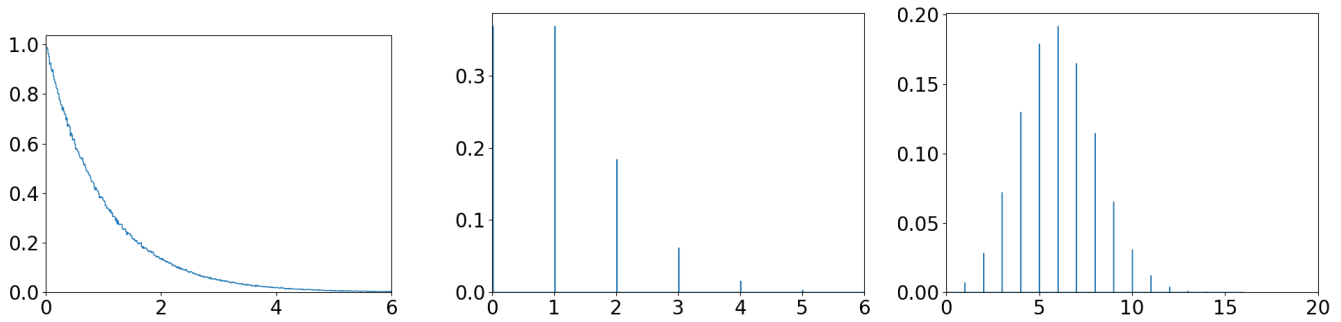


Figure 16.2: Histogrammes de 3 densités de probabilité pour la question 2.

Question 2 On considère trois variables aléatoires $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ correspondant aux trois histogrammes montrés sur la figure 16.2.

- A. Pour $\bar{Y}$, la valeur maximale coïncide avec la moyenne statistique.
- B. Pour $\bar{X}$, j'ai une probabilité d'environ 0.1 d'avoir la valeur 2.
- C. $\bar{Z}$ suit une loi de Poisson.
- D. On utilise $\bar{X}$ pour simuler un processus de Poisson.

Question 3 On considère deux variables aléatoires $\bar{X}, \bar{Y}$.

$\bar{X}$ vaut soit 1 soit -1 avec pour ces deux valeurs une probabilité de 0.5. $\bar{Y}$ vérifie $E[\bar{Y}] = 0$ et $Var[\bar{Y}] = 1$.

- A. La fonction qui à s associe $P[|\bar{Y}| \geq s]$ est décroissante pour $s \in \mathbb{R}_+$.
- B. La fonction qui à s associe $P[|\bar{X}| \geq s]$ est une fonction continue au sens des mathématiques (i.e. correspond à une courbe que l'on pourrait tracer sans lever le stylo, ou plus exactement, elle admet une limite identique à gauche et à droite en toutes valeurs de s).
- C. Toutes fonctions f vérifiant $f(s) \leq \frac{1}{s^2}$ est décroissante.
- D. $P[|\bar{Y}| \geq s] \leq \frac{1}{s^2}$

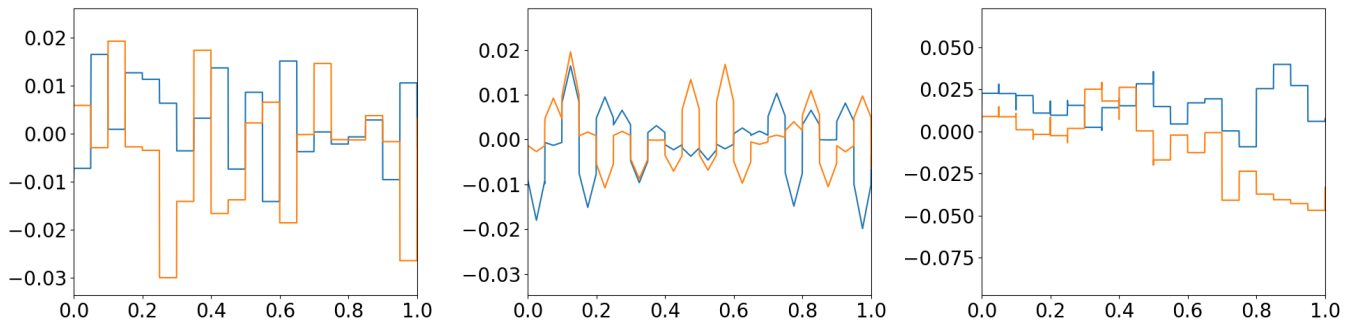


Figure 16.3: Trajectoires pour la question 4.

Question 4 On considère trois processus aléatoires notés $\overset{r}{X}(t), \overset{r}{Y}(t), \overset{r}{Z}(t)$ dont deux trajectoires sont montrées sur la figure 16.3, à gauche, au centre et à droite.

$$\begin{aligned}\overset{r}{X}(t) &= \sum_{n=0}^{+\infty} \overset{r}{B}_n^{(x)} m_x(t - nT_e) \\ \overset{r}{Y}(t) &= \sum_{n=0}^{+\infty} \overset{r}{B}_n^{(y)} m_y(t - nT_e) \\ \overset{r}{Z}(t) &= \sum_{n=0}^{+\infty} \overset{r}{B}_n^{(z)} m_z(t - nT_e) \\ R_x(\tau) &= \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T E[\overset{r}{X}(t) \overset{r}{X}(t - \tau)] dt\end{aligned}\tag{16.1}$$

$\overset{r}{B}_n^{(x)}, \overset{r}{B}_n^{(y)}, \overset{r}{B}_n^{(z)}$ sont des bruits blancs.

- A. $m_x(t)$ est constant sur l'intervalle $[0, T_e]$ et nul ailleurs.
- B. $m_y(t)$ est constant sur l'intervalle $[0, 2T_e]$ et nul ailleurs.
- C. $m_z(t)$ est nul en dehors de l'intervalle $[0, T_e]$.
- D. L'expression de $R_x(0)$ telle que définie dans l'équation (16.1) a une valeur non-nulle.

Question 5 On considère deux variables aléatoires $\overset{r}{X}$ et $\overset{r}{Y}$ définies par

$$P[\overset{r}{X} = n] = \frac{e^{-1}}{n!} \text{ et } P[\overset{r}{Y} \leq y] = \int_{-\infty}^y e^{-y'} dy' \tag{16.2}$$

On considère cette implémentation.

```
import numpy.random as nr
import numpy as np
def triage(n):
    t = 0
    for k in range(n):
        t += nr.exponential(1)
        print(f"T[{k:}] = {t:.3g}")
```

- A. $\overset{r}{X}$ est une variable aléatoire à valeurs discrètes.
- B. $\overset{r}{Y}$ est loi gaussienne.
- C. L'implémentation correspond à un processus de Poisson.
- D. Dans le cours, on approxime cette implémentation avec une variable aléatoire qui est similaire à $\overset{r}{X}$.