Exercices supplémentaires de Matlab
Institut Galilée

Exercice 1 (21) *On cherche à évaluer*

$$I=\int_0^1 \frac{dt}{1+t^2}$$

On sait que le résultat est $I=\frac{\pi}{4}$, *en effet un changement de variable* $t=\tan(u)$ *et le fait que*

$$dt=\frac{1}{\cos^2(u)}du=(1+t^2)du$$

montrent que cette intégrale peut se mettre sous la forme

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} du$$

On obtient une confirmation avec une formule des rectangles

`voir http://fr.wikipedia.org/wiki/Calcul\num%C3%A9rique\d%27une\int%C3%A9grale`

$$I1=\sum_{n=0}^{N-1} f\left(\frac{n}{N}\right)\frac{1}{N} \tag{1}$$

où $f(t)=\frac{1}{1+t^2}$

1. *Définissez une fonction notée* f *au moyen de l'instruction @ (*`help function_handle`*), de façon que l'instruction* `f(1)` *donne le résultat* 0.5.
2. *A partir de la formule (1) et de l'instruction @, définissez une fonction notée I1 qui à* N *associe l'approximation correspondante de* I. *Que faut-il choisir pour* N *pour avoir une approximation à* $1e-8$ *?*
3. *On cherche maintenant à calculer*

$$J=\int_{-\sqrt{3}}^{-\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t^2}$$

   Un calcul similaire montre que $J=\frac{2\pi}{3}$

   La nouvelle formule d'approximation proposée est

$$J1=\sum_{n=0}^{N-1} f\left(a+n\frac{b-a}{N}\right)\frac{b-a}{N}$$

   Définissez une fonction J1 qui à a,b,N *associe l'approximation correspondante. Que faut-il choisir pour* N *pour avoir une approximation à* 10^{-8} *?*
4. *On utilise maintenant la fonction Matlab* `trapz`*, qui utilise comme argument le vecteur formé des abscisses et le vecteur formé des ordonnées correspondantes et donne l'intégrale. Ici les abscisses sont données par* $a+\frac{b-a}{N}$ *et les ordonnées par* $f(a+\frac{b-a}{N})$. *Définissez une fonction* t *qui à* a,b,N *associe le vecteur des indices et* $J2$ *qui à* a,b,N *associe le résultat de l'approximation en utilisant la fonction Matlab* `trapz`. *Que faut-il choisir pour* N *pour avoir une approximation à* 10^{-8} *?*

Exercice 2 (1) *On cherche les deux intersections entre la courbe* $f(x)=\frac{1}{x}$ *et* $g(x)=x-1$ *pour* $x\in[-2,2]$.

1. *Représentez les fonctions f et g sur un graphique et lire graphiquement et avec une précision de 10^{-1} les valeurs de x_1 et x_2 tels que $f(x_1) = g(x_1)$ et $f(x_2) = g(x_2)$. Ecrivez les instructions Matlab qui ont permis de tracer ce graphique.*

2. *On cherche maintenant à connaître plus précisément les valeurs des intersections, pour cela vous pourrez utiliser la fonction Matlab* `fzero` *qui permet de trouver le zéro d'une fonction à proximité d'une abscisse. Déterminez x_1 et x_2 avec une précision de 10^{-8} (utilisez* `format long` *pour faire apparaître les décimales présentes en mémoire). Remarquez qu'il peut être souhaitable de poser $h = f/g - 1$ au lieu de $h = f - g$.*

Exercice 3 (2) *On cherche à résoudre le système*

$$\begin{cases} 2x + 3y &= 5 \\ 3x + 2y &= 5 \end{cases}$$

Pour cela on définit une matrice A qui contient les coefficients devant x et y et un vecteur B qui contient les valeurs à droite du signe $=$ et on utilise l'instruction Matlab inv. Ecrivez les instructions Matlab qui vous ont permis de résoudre le système.

Exercice 4 (3) *Créez un fichier matlab qui implémente la fonction $f_1(x) = \frac{1}{1+x^2}$. Le nom de ce fichier est* `f1.m` *Cette fonction doit permettre de tracer le graphique de cette fonction à partir de l'instruction suivante*

```
figure(1); plot(-1:0.01:1,f1(-1:0.01:1));
```

Ecrivez les instructions Matlab contenues dans ce fichier `f1.m`

Exercice 5 (4) *On définit la matrice D à partir de l'instruction* `D=randn(5,8);` *Ecrivez des instructions Matlab permettant de connaître le nombre total d'éléments contenus dans D.*

Exercice 6 (5) *On considère la matrice B défini par l'instruction Matlab* `B=magic(7);` *Ecrivez les instructions Matlab permettant d'afficher la troisième colonne de cette matrice B.*

Exercice 7 (6) *Ecrivez les instructions Matlab permettant de générer un vecteur ligne contenant tous les entiers pairs entre 456 et 222 rangé du plus grand au plus petit. Combien y en a-t-il de ces entiers pairs ?*

Exercice 8 (7) *Tracez sur l'intervalle de temps $[-5, 5]$ le signal échelon défini par $x(t) = 1$ si $t > 0$ et $x(t) = 0$ sinon. Ecrivez les instructions Matlab permettant de créer et d'afficher ce signal.*

Exercice 9 (8) *Créez un vecteur ligne composé de 50 nombres tirés aléatoirement suivant la loi uniforme sur l'intevalle $[0, 1]$. Ecrivez les instructions Matlab permettant de créer ce vecteur.*

Exercice 10 (9) *On cherche à calculer $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ Ecrivez les instructions Matlab permettant de calculer cette somme.*

Exercice 11 (10) *Représentez graphiquement la fonction $f(x) = x^2$ pour $x \in [-1, 1]$. Ecrivez les instructions Matlab permettant de créer et de représenter graphiquement cette fonction.*

Exercice 12 (11) *Trouvez la valeur de $t \in [0, 2\pi]$ qui maximise $\cos(t) + \sin(t)$ Ecrivez les instructions Matlab permettant de trouver cette valeur de t.*

Exercice 13 (12) *On considère la matrice C défini par l'instruction Matlab* `C=toeplitz([0.5 1.5 2.5 3.5]);` *Ecrivez les instructions Matlab permettant compter le nombre de valeurs supérieures à 2 contenues dans cette matrice C.*

Exercice 14 (13) *On cherche à créer un vecteur qui contient tous les nombres de 1 à 123 par pas de 0.5. Ecrivez les instructions Matlab permettant de créer ce vecteur. Quel est la longueur du vecteur ainsi créé ?*

Exercice 15 (14) *On considère le vecteur u défini par l'instruction Matlab* `u=randn(1,50);` *Créez un nouveau vecteur v en copiant le vecteur u et remplaçant toutes les valeurs négatives de u par des zéros. Ecrivez les instructions Matlab permettant de créer ce vecteur v.*

Exercice 16 (15) *Calculez la partie réelle et la partie imaginaire du complexe $z = e^{j\frac{\pi}{3}}$, (j étant le nombre complexe de partie réelle nulle et de partie imaginaire égale à 1). Ecrivez les instructions Matlab correspondantes.*

Exercice 17 (16) *Tracez pour $t \in [0, \frac{1}{2}]$ et par pas de 0.01 le signal $x(t) = \sin(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{7})$ avec $f_0 = 6\text{Hz}$. Ecrivez les instructions Matlab permettant de créer et d'afficher graphiquement ce signal $x(t)$*

Exercice 18 (17) *On génère un vecteur aléatoirement avec l'instruction* `u=5*randn(1,100);` *Ecrivez les instructions Matlab permettant de trouver la valeur au sein de ce vecteur qui s'approche le plus de π.*

Exercice 19 (18) *On cherche à calculer $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ Ecrivez les instructions Matlab permettant de calculer cette somme.*

Exercice 20 (19) *On cherche à fabriquer une matrice de taille 7×7 formés de 0 et de 1 de la façon suivante*

```
0101010
1010101
0101010
1010101
0101010
1010101
0101010
```

Ecrivez des instructions Matlab permettant de créer cette matrice mais avec une taille de 49×49.

Exercice 21 (20) *On définit $n!$ comme étant le produit des entiers inférieurs à n et strictement positifs. Ecrivez les instructions Matlab permettant de calculer $\ln(57!)$.*